

CÁLCULO NUMÉRICO I.T.I.S. Examen de septiembre 2009

Apellidos:

Nombre:

1. (1.5) La presión atmosférica medida por un barómetro es de 723 milibares. Si el error relativo máximo cometido por el barómetro es del 0,4 %, obtenga una cota del error absoluto y un intervalo donde se encuentre el valor exacto de la presión (lógicamente, se exige que la cota y el intervalo sean tan pequeños como sea posible).

2. Sea $f(x) = \frac{1}{2} + \ln \frac{x+1}{x+3}$.

- a) (1.25) Determine el número de raíces positivas de f .
- b) (0.75) ¿Cuál es la multiplicidad de esas raíces? ¿Por qué?
- c) (0.75) Obtenga un intervalo de longitud 1 donde se encuentre una raíz de f . Aproxímela aplicando 2 veces el método de la secante a partir de dicho intervalo.
3. Sin hacer cálculos, responda a las siguientes cuestiones razonando las respuestas:
- a) (0.5) Determine cuál es el polinomio de menor grado posible que interpola los siguientes puntos $(1, -1)$, $(-1, 1)$, $(2, -2)$, $(-2, 2)$, $(3, -3)$ y $(-3, 3)$.
- b) (0.75) Teniendo en cuenta el apartado anterior, elija cuál de las siguientes frases es la correcta: (1) "Es POSIBLE (pero NO SEGURO) que exista un polinomio de grado 5 que interpole dichos puntos". (2) "Es IMPOSIBLE que exista un polinomio de grado 5 que interpole dichos puntos". (3) "Es SEGURO que existe un polinomio de grado 5 que interpole dichos puntos".
4. a) (0.75) Determine una condición suficiente sobre el parámetro α para que el método de Gauss-Seidel converja para el sistema

$$\left. \begin{aligned} 2x + y &= 1 \\ x + \alpha y - z &= 3 \\ -y + 2z &= \alpha - 2 \end{aligned} \right\}$$

- b) (1) Con el mismo objetivo, encuentre una condición que sea suficiente y también necesaria. **Nota:** La matriz del método de Gauss-Seidel es

$$I - (D + L)^{-1} A = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2\alpha} & \frac{1}{\alpha} \\ 0 & \frac{1}{4\alpha} & \frac{1}{2\alpha} \end{pmatrix}$$

- c) (1) Para el caso $\alpha = -1$, aproxime el valor propio estrictamente dominante de la matriz de coeficientes del sistema realizando 3 iteraciones del método de las potencias y partiendo del vector inicial $(2, 1, -1)$.
5. (1.75) Se desea calcular aproximadamente la integral

$$\int_{-2}^2 e^x (x^2 - 10x + 31) dx$$

con un error menor que 10^{-6} . Determine el mínimo número de puntos en los que debe evaluarse la función del integrando para que el método de Simpson proporcione la aproximación deseada. **Nota:** La derivada cuarta del integrando es $f^{iv}(x) = e^x (x^2 - 2x + 3)$.

Puntuación: Se indica en cada apartado.

Tiempo: 2.30 horas.
