

I.T.A. Examen de Matemáticas. Diciembre 2008

Nombre:

DNI:

Grupo: Explotaciones Horto A Horto B Mecanización

1. a) **(0.5)** Calcule el rango de la matriz $N = \begin{pmatrix} 1 & a & 2 \\ a+1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ en función de los valores del parámetro a .
- b) **(1)** Estudie y resuelva el sistema $\left. \begin{array}{l} x + ay = 2 \\ (a+1)x + 2y = -2 \end{array} \right\}$ en función de los valores del parámetro a .

2. a) **(0.75)** Estudie si es diagonalizable la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.
- b) **(0.5)** Obtenga la matriz A^m y como consecuencia del resultado obtenido justifique que A es proporcional a A^m .
3. a) **(1)** Estudie la monotonía, los extremos, la convexidad y los puntos de inflexión de la función $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ en todo su dominio.
- b) **(0.75)** Calcule el área de la región limitada por la gráfica de f y el eje de abscisas en el intervalo $[1/2, e]$.

4. **(1.25)** Encuentre la solución del problema de valores iniciales $y' = \frac{1}{2}(y^2 - 1)$, $y(0) = 2$.

5. a) **(0.75)** Estudie la continuidad de la siguiente función en todo su dominio

$$g(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- b) **(0.75)** Calcule la ecuación del plano tangente a la gráfica de g en el punto $(1, 0, 1)$.
- c) **(1)** Represente el siguiente conjunto $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq y \leq x\}$, y calcule sobre dicho conjunto la integral doble $\iint_R g(x, y) dx dy$.
6. **(0.75)** Halle una función vectorial que parametrize a la curva intersección del cilindro $x^2 + y^2 = 1$ y el plano $y + z = 2$.
7. **(1)** Calcule $\int_C y \operatorname{sen} z dr$, donde C es la hélice circular dada por las ecuaciones $x = \cos t$, $y = \operatorname{sen} t$, $z = t$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

Tiempo: 3 horas.**Puntuación:** Se indica en cada apartado.

Almería, 19 de diciembre de 2008.