Práctica 9. MEDIDA DEL MÓDULO DE RIGIDEZ CON EL PÉNDULO DE TORSIÓN

OBJETIVOS

- Determinar el momento de inercia de una varilla oscilante (péndulo de torsión).
- Determinar la constante de torsión del péndulo.
- Determinar el módulo de rigidez de varillas metálicas de diferentes materiales.

MATERIAL

- Péndulo de torsión.
- Disco graduado.
- Palmer.
- Cinta métrica.
- Juego de varillas metálicas de diferentes grosores y longitudes.

FUNDAMENTO TEÓRICO

Sea una barra cilíndrica suspendida verticalmente por su extremo superior fijo. Aplicamos, en el extremo inferior, un par de fuerzas, de manera que lo hacemos girar cierto ángulo Φ . Para explicar como se mueven las diferentes zonas de la barra, podemos suponer que está constituida por discos horizontales superpuestos, pero ligados entre sí. El giro se va transmitiendo a los discos, pero a medida que nos alejamos del extremo inferior el ángulo girado va disminuyendo, de manera que el disco superior no gira, ya que está fijo. La teoría de elasticidad por torsión establece la relación entre el momento M recuperador y el ángulo girado Φ .

$$M = -\frac{\pi r^4 \mu}{2L} \Phi \quad (9-1)$$

donde r , es el radio de la barra, L su longitud y μ es el módulo de rigidez de la misma. Por otra parte el momento es

$$M = -D\Phi \quad (9-2)$$

con lo que:

$$D = \frac{\pi r^4 \mu}{2L} \quad (9-3)$$

donde D es la constante recuperadora de torsión de la barra.

La ecuación de movimiento es:

$$\frac{d^2\Phi}{dt^2} + \frac{D}{I}\Phi = 0 \quad (9-4)$$

la cual pone de manifiesto que se trata de un movimiento oscilatorio armónico de periodo T , dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{D}} \quad (9-5)$$

donde I es el momento de inercia del cuerpo oscilante, respecto del eje de giro. Por (9-3) se observa que D , depende de la naturaleza y geometría del cuerpo sometido a este tipo de deformación.

Si en (9-5) sustituimos el valor de D dado por (9-3), se puede apreciar la dependencia del periodo con la longitud L , y radio r , de la barra.

$$T^2 = 8\pi \frac{IL}{r^4 \mu} \quad (9-6)$$

MÉTODO OPERATIVO

1) *Determinación de la constante recuperadora de torsión D .*

- Seleccione una varilla de aluminio y otras dos de diferente material. Mide sus longitudes y grosores.
- Coloque una varilla verticalmente, procurando que quede perfectamente sujeta.
- Enganche el dinamómetro en la barra de madera, al pie de la varilla metálica, de manera que el dinamómetro y la barra de madera sean perpendiculares.
- Vaya aplicando diferentes fuerzas y mide el correspondiente desplazamiento angular (de 5° en 5°). Para no rebasar el límite elástico, ES MUY IMPORTANTE que el **ángulo no sea mayor de 30° ó 40°, para las varillas gruesas, ni pasar de 60° para las delgadas**. Anote los valores de la fuerza aplicada y el ángulo desplazado.
- Los dinamómetros se utilizarán de menor a mayor rango (1, 2, 5 y 10N).
- Antes de desmontar la varilla, realice la operación indicada en el segundo punto del apartado 2), que viene a continuación de este.
- Represente en una gráfica los valores (Φ , M). Halle la recta de regresión y de su pendiente, según (9-2) y calcule el valor de D . Determine el valor μ , de la ecuación (9-3). Todos los valores deben ir acompañados de su cota de error y unidades.
- Repita lo anterior con las otras varillas.

2) *Cálculo del momento de inercia*

- Con la varilla montada, coloque simétricamente dos pesas, sobre la varilla de madera.
- Separe un pequeño ángulo de la posición de equilibrio y deje oscilar al péndulo.
- Calcule el periodo.
- De la expresión (9-5) deduzca el valor del momento de inercia.
- Repita el mismo proceso con las otras varillas.

3) *Relación entre el periodo T , y las dimensiones del cuerpo r y L .*

- Se utilizarán las tres varillas de aluminio de igual grosor y distinta longitud, para analizar la dependencia del periodo con la longitud.

- Con cada una de las varillas anteriormente indicadas opere como indica el punto segundo del apartado anterior 2).
- Represente en escala logarítmica los valores de los periodos y las correspondientes longitudes. Trace la recta y de la pendiente deduzca el exponente de L . Compare el resultado con la expresión (9-6).
- Repita las operaciones del punto segundo y tercero, de este apartado 3), pero utilizando las varillas de aluminio de igual longitud y diferente grosor.

CUESTIONES

1. ¿Se podría utilizar el péndulo de torsión para determinar el valor de la aceleración gravitatoria en un lugar de la superficie terrestre? Razone la respuesta?
2. ¿Cómo se puede utilizar un péndulo de torsión para determinar el momento de inercia de un cuerpo de forma arbitraria, respecto de un eje que pase por su centro de gravedad? Deducir la expresión correspondiente y explicar el procedimiento a seguir.
3. Una varilla delgada, de masa 0.10 kg y longitud 0.10 m, está suspendida mediante un alambre que pasa por su centro y es perpendicular a la varilla. El alambre se tuerce y la varilla se pone a oscilar. Se encuentra que el período es de 2 seg. Cuando se suspende del alambre un cuerpo problema, se encuentra que el período es de 6 seg. ¿Cuál es el momento de inercia de dicho cuerpo respecto del eje de rotación?