

## Práctica 4. PÉNDULO COMPUESTO

### OBJETIVOS

- Estudio del péndulo compuesto o físico.
- Determinación del radio de giro respecto de su centro de gravedad.
- Cálculo de la aceleración de la gravedad.

### MATERIAL

- Soporte.
- Barra metálica con una abrazadera móvil.
- Cronómetro.
- Cinta métrica.
- Nivel de burbuja

### FUNDAMENTO

El péndulo físico o compuesto es cualquier sólido rígido que pueda oscilar, bajo la acción de la gravedad, alrededor de un eje horizontal que no pase por su centro de gravedad. En este caso el sólido es una barra metálica y cilíndrica, figura 4-1.

Para pequeñas oscilaciones el periodo del péndulo compuesto viene dado por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgh}} \quad (4-1)$$

donde  $I$  es el momento de inercia respecto al eje horizontal que pasa por el punto de suspensión  $O$ ,  $m$  es la masa del cuerpo,  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $h$  es la distancia entre el centro de gravedad del cuerpo y el punto de suspensión del péndulo.

Con objeto de hallar el radio de giro, respecto del c.d.g ( $G$ ) del cuerpo, aplicamos el teorema de Steiner

$$I = I_G + mh^2 \quad (4-2)$$

Llamando  $R_G$  al radio de giro respecto del c.d.g. del cuerpo y teniendo en cuenta su definición

$$I_G = m R_G^2 \quad (4-3)$$

y sustituyendo en (4-1) queda:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{h^2 + R_G^2}{gh}} \quad (4-4)$$

Si se representa gráficamente  $T$  en función de  $h$  se obtendría una curva, con dos ramas, como viene indicado en la figura (4-2). La existencia de las dos ramas es consecuencia del tipo de

ecuación (4-4). Físicamente significa que el centro de suspensión se puede elegir por encima o por debajo del c.d.g. tomando así valor positivo o negativo respectivamente. Pero en ambos casos ( $+h$  o  $-h$ ) el periodo toma el mismo valor. Las ramas son simétricas respecto del eje vertical, eso implica que en la práctica nos basta tomar valores de  $h$  a solo un lado del c.d.g.

Este método no resulta suficientemente preciso ya que el mínimo de la curva, que necesariamente hay que trazar sobre una serie de valores experimentales, no resulta muy pronunciado. Este valor necesitamos conocerlo con precisión pues a partir de él se calcula el radio de giro. Para soslayar esta dificultad le daremos otra forma, más adecuada para nuestro objetivo, a la ecuación (4-4).

$$hT^2 = \frac{4\pi^2}{g}h^2 + \frac{4\pi^2}{g}R_G^2 \quad (4-5)$$

Si hacemos  $y = hT^2$  y  $x = h^2$ ; la ecuación (4-5) es de tipo lineal ( $y = ax+b$ ), con la pendiente

$$a = \frac{4\pi^2}{g} \quad (4-6)$$

y la ordenada en el origen

$$b = \frac{4\pi^2}{g}R_G^2 \quad (4-7)$$

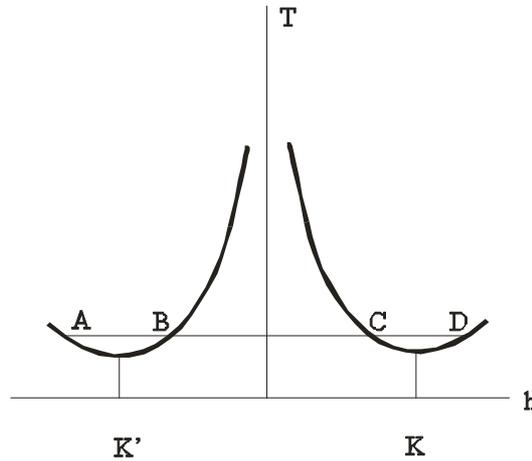
Determinados  $a$  y  $b$ , por medio de la recta de regresión, podemos obtener  $g$  y  $R_G$ . Esta determinación se hará ajustando la recta de regresión por el procedimiento de los mínimos cuadrados.

### **MÉTODO OPERATORIO**

El péndulo compuesto utilizado en esta práctica consiste en una barra metálica uniforme, de forma cilíndrica, y del sistema de suspensión con una abrazadera sobre la barra para que pueda oscilar libremente alrededor de un eje horizontal. La abrazadera lleva unos tornillos que sujetan la barra. Aflojándolos se puede deslizar ésta sobre la abrazadera. Cuando haya que deslizar la barra, NO SE LA DEBE SACAR DE LA ABRAZADERA.

- Coloque el nivel de burbuja en la plataforma del soporte y nivélelo, por medio de los tornillos en la base del soporte.
- Identifique el c.d.g. de la barra
- Desplace la abrazadera hasta el punto superior de la barra, (sin sacarla), para poder operar a diferentes distancias entre el centro de suspensión y el c.d.g
- Comenzando con la posición más alejada, mida la distancia  $h$  correspondiente y haga oscilar el péndulo con una pequeña amplitud. Mida el periodo  $T$  a partir del tiempo  $t$  empleado en realizar 10 oscilaciones.  $T = t/10$ .
- Repita el paso anterior con diferentes valores de  $h$ . Si puede ser, tome al menos 10 valores distintos.

- Represente los puntos  $(h, T)$  y construya la gráfica correspondiente a una de las ramas (Fig. 4-1). Determine el valor aproximado del radio de giro  $R_G$ , a partir del mínimo de la gráfica.
- Represente, en otra gráfica, los puntos  $(h^2, hT^2)$  y ajuste la recta de regresión.
- Sobre esta segunda gráfica trace la recta de regresión. De su pendiente  $a$  y de su ordenada en el origen  $b$ , calcule los valores de  $R_G$  y de  $g$ . Expresar todos los resultados con su cota de error y las unidades adecuadas.



### CUESTIONES

1. Deduzca la expresión (4-1)
2. Defínase el radio de giro.
3. Compare los valores de  $R_G$ , obtenidos por los dos métodos.
4. Compruebe analíticamente que el mínimo de la función (4-4) se presenta cuando  $h = R_G$ .
5. Demuestre que el radio de giro de una barra homogénea de sección circular respecto de un eje perpendicular a la barra y que pasa por su centro de gravedad es:

$$R_G = \sqrt{\frac{L^2}{12}}$$

6. Con la fórmula anterior, calcule el radio de giro de la barra del péndulo y compare este resultado teórico con el obtenido experimentalmente. Comente los resultados.