

TEMA 2

LOS MODELOS ECONOMETRICOS Y SU PROBLEMÁTICA

1. CONCEPTO DE MODELO

El término modelo debe identificarse con un esquema mental ya que es una representación de la realidad. En este sentido, Pulido (1983) establece que un modelo debe entenderse como una representación simplificada de cualquier sistema, entendiéndose como tal “*a todo conjunto de elementos o componentes vinculados entre sí por ciertas relaciones*”. Una definición concisa de modelo puede ser por lo tanto: “*representación simplificada y en símbolos matemáticos de cierto conjunto de relaciones*” es decir un modelo formulado en términos matemáticos.

2. MODELOS TEÓRICOS O ECONÓMICOS Y MODELOS ECONOMETRICOS

A partir de la definición general de modelo, podemos llegar a la definición de modelo teórico o económico si más que añadir a la definición anterior que los modelos se refieren a fenómenos económicos. Así pues según Sanpedro (1959) “*un modelo econométrico es una representación simplificada y en símbolos matemáticos de cierto conjunto de relaciones económicas*”, es decir un modelo matemático referido a relaciones económicas.

Podemos, por tanto, decir que las características mínimas que debe reunir un modelo teórico o económico son:

- i. que represente un fenómeno económico real
- ii. que la representación sea simplificada
- iii. y que se haga en términos matemáticos

La formulación de un modelo teórico no exige necesariamente la especificación concreta del tipo de función que relaciona a las variables implicadas ni incluso la enumeración exhaustiva de estas.

Un ejemplo de formulación de modelo teórico lo constituye el siguiente modelo simple del funcionamiento del sector real de la economía:

$$C = f_1[(1-\tau)y, r] \quad (3.1)$$

$$I = f_2[\Delta y, r] \quad (3.2)$$

$$y = C + I + G \quad (3.3)$$

Donde C= consumo; I= inversión; y= producto interior bruto; G= gasto público; r= tasa de interés; τ =tipo impositivo. La ecuación (3.1) es la función del consumo, la función (3.2) la función de inversión y la (3.3) la identidad de la renta nacional.

Como puede observarse en este modelo económico, o teórico, se especifican las variables y el número de relaciones pero no la forma funcional de estas últimas.

Si una teoría es inevitablemente una formulación incompleta de un cierto fenómeno es evidente que el modelo que la represente también será inevitablemente incompleto. Pero cuando hay que abordar la realidad que explica o intenta explicar la teoría, esta hay que formularla de manera que se haga el reconocimiento explícito de su incomplitud. Ello requiere un conjunto de especificaciones que ineludiblemente deben contener los modelos econométricos para que puedan aplicarse al estudio de un fenómeno concreto. Cuando un modelo reúne tales especificaciones diremos que se trata de un modelo econométrico.

La definición econométrico será por lo tanto: *“modelo econométrico es un modelo económico que contiene las especificaciones necesarias para su aplicación empírica”*.

El conjunto de especificaciones que requiere un modelo econométrico son:

- identificar las variables que fundamentalmente influyen sobre el aspecto que se desea estudiar
- formular una relación o forma funcional concreta entre el conjunto de variables (aquella que se desea explicar y las consideradas como influyentes en ella).
- Introducir un termino denominado “perturbación aleatoria” lo que permite razonar en términos probabilísticos y no exactos.

Así, por ejemplo, un modelo teórico sobre el consumo puede enunciarse, siguiendo a Keynes, estableciendo que el consumo para el periodo o para el individuo, i -esimo es una función de la renta disponible de este periodo o de ese individuo. Esto es:

$$C_i = f(RD_i) \quad (3.4)$$

Donde C =consumo y RD = renta disponible.

Para pasar de este modelo teórico al econométrico, vemos como la primera especificación que se precisa ya se cumple. En efecto a partir de 3.4. podemos decir que la variable que fundamentalmente influye sobre el aspecto que se desea estudiar (el consumo) es la renta disponible.

Nos quedan aun por incluir las otras dos especificaciones. Respecto a la especificación de la forma funcional concreta, optamos por la lineal, de manera que escribiremos:

$$C_i = a + bRD_i \quad (3.5.)$$

Por ultimo, nos queda introducir el termino de perturbación aleatoria. Con ella. El modelo econométrico queda como:

$$C_i = a + bRD_i + u_i$$

siendo u_i la perturbación aleatoria.

El papel desempeñado por dicha perturbación aleatoria es el siguiente: el consumo no viene influenciado únicamente por la renta disponible sino que existen toda una serie de otros factores (tipo de interés, riqueza, precios,...) que también afectan a la variable que se intenta explicar, pero que la teoría concreta no considera tan esenciales como la renta disponible. De este modo, las diferencias que respecto al consumo se observan para una renta dada (suponiendo el modelo teórico conocido) se atribuyen simplemente a os

diferentes valores alcanzados por estos otros factores. Según esto, la perturbación aleatoria trata de recoger:

- 1) el efecto neto que sobre la variable objeto de estudio tiene el conjunto de variables no consideradas como esenciales (aquellas que no se incluyen en la parte sistemática)
- 2) los errores de medida en que incurren las observaciones existentes sobre las variables que intervienen en un determinado modelo (consumo y renta; en el ejemplo).

Resumiendo lo anterior podemos decir que cuando los datos son observacionales (no experimentales), es decir, proceden de un mundo real en donde todo varía al mismo tiempo, los cambios en la variable objeto de estudio (variable endógena) suelen estar originados por los cambios en infinidad de variables económicas. En tal situación, el analista elige el conjunto de variables que “a priori” se consideran más relevantes como causa de las variaciones de la variable endógena. Pero de hecho existen otras variables que por imperativos prácticos se han supuesto individualmente irrelevantes y que han sido arbitrariamente eliminadas del modelo en aras de la simplificación que impone la operatividad del mismo. La consecuencia es que en tal situación no experimental entran en la composición de la perturbación aleatoria, no solamente los errores de observación, sino también los errores de especificación imperfecta de la teoría.

3. COMPONENTES DEL MODELO ECONOMETRICO: VARIABLES, PARAMETROS, Y RELACIONES

3.1. VARIABLES

De acuerdo con Barbancho (1976) podemos definir “*las variables son los factores o entes elementales que actúan en un fenómeno desde el punto de vista cuantitativo*”. En las matemáticas, las variables se dividen en:

- variables dependientes
- variables independientes

Ahora bien, a la hora de analizar la realidad económica no resulta fácil realizar la distinción enunciada ya que son frecuentes las interrelaciones entre las variables económicas y se hace necesario, por tanto, acudir a otro tipo de clasificación.

Consecuentemente, en economía se distingue entre:

- variables endógenas: aquellas que vienen explicadas por el funcionamiento del modelo. Según Maddala (1977) “variables endógenas son aquellas determinadas dentro del sistema económico”. Se identifican con las variables independientes. En el ejemplo anterior la variable endógena sería la renta.
- Variables exógenas: son aquellas cuyos valores inciden sobre el modelo desde el exterior; es decir, son determinadas fuera del modelo pero influyen en el comportamiento de las endógenas. Se identifican con las variables independientes. En el ejemplo anterior las variables exógenas serían el consumo y el gasto público.

Por otra parte, las variables que aparecen en un modelo se pueden referir al mismo periodo (o al mismo instante temporal) o a periodos distintos. Más concretamente, las variables de un modelo pueden referirse exclusivamente a un periodo t , o a los periodos $t, t-1, t-1, \dots$. En este último caso decimos que el modelo contiene variables retardadas en el tiempo.

La presencia de variables pertenecientes a periodos distintos está justificada desde el momento en que el valor de una variable correspondiente a un periodo influye sobre los valores de la misma variable o de otras correspondientes a periodos sucesivos.

Las variables retardadas pueden ser endógenas y exógenas. Denominaremos variables predeterminadas tanto a las endógenas retardadas como a las exógenas con o sin retardos.

En conformidad con esta terminología, se acostumbra a establecer la división de las variables de un modelo en:

- variables endógenas (sin retardos)
- variables predeterminadas

El funcionamiento del modelo solo determina el funcionamiento de las variables endógenas.

Las variables predeterminadas constan de todas las exógenas, las cuales se determinan totalmente fuera del sistema y de las endógenas retardadas cuyos valores han sido determinados previamente por el sistema, siendo estas últimas, como luego veremos, las que dan carácter dinámico a los modelos.

Otra distinción que puede establecerse para las variables es entre:

- variables latentes o no observables (precio esperado, renta permanente, ...)
- variables observables, cuyo significado es obvio.

Existe un grupo especial de variables latentes: las perturbaciones aleatorias. El término aleatorio se debe a que para obtener estimaciones de estas variables latentes (a cuyas estimaciones se denominan residuos) se necesita una distribución probabilística de las mismas, lo que las convierte en variables aleatorias.

Por último, otra clasificación de las variables es la que distingue:

- variables cuantitativas: expresan una cantidad
- variables cualitativas: tratan de expresar una cualidad. Dentro de estas tienen especial interés las denominadas variables ficticias que toman uno de dos valores arbitrarios, según se de o no cierta cualidad en un fenómeno. Normalmente, a la variable ficticia se le asigna el valor uno si ocurre un determinado fenómeno (huelga, periodo de crisis, periodo de guerra, ...) o si se da una cierta característica (trimestre vacacional, ser varón, ...) y cero en el caso contrario.

3.2. PARAMETROS

Según Barbancho (1976): “los parámetros o coeficientes son magnitudes que permanecen constantes dentro de un fenómeno económico concreto”.

Normalmente son dos los tipos de parámetros sobre lo que se quiere obtener información cuantitativa:

3.3. los parámetros de posición, que son los que entran en el momento de primer orden o esperanza matemática de la variable dependiente.

3.4. Los parámetros de dispersión que se refieren a la varianza de las perturbaciones aleatorias

Dentro del primer tipo, los parámetros son los factores de ponderación correspondientes a cada variable explicativa o predeterminada y miden el efecto de las fluctuaciones de estas variables sobre la variable explicada o endógena.

Así, por ejemplo en el “modelo de la telaraña”:

$$D_t = \alpha_1 + \beta_1 P_t + u_{1t}; \quad \beta_1 < 0; \alpha_1 > 0 \quad (3.6)$$

$$S_t = \alpha_2 + \beta_2 P_{t-1} + u_{2t}; \quad \beta_2 < 0; \alpha_2 > 0 \quad (3.7)$$

$$D_t = S_t \quad (3.8)$$

Donde D=demanda; S=oferta y P:precio, el parámetro β_2 mide el impacto que el nivel de precios p de un periodo tiene sobre el nivel de oferta del periodo siguiente. En otras palabras, los parámetros solo pueden interpretarse en términos de la variable que acompañan en la relación; por si solos no tienen interpretación concreta. En este ejemplo, los parámetros de posición son:

$$\alpha_1, \beta_1, \alpha_2 \text{ y } \beta_2$$

mientras que los parámetros de dispersión serian:

$$Var(u_{1t}) = \sigma_1^2 \quad \text{y} \quad Var(u_{2t}) = \sigma_2^2$$

a. RELACIONES

“Las relaciones tratan de describir el mecanismo que acciona los elementos singulares del fenómeno económico en cuestión”

Las relaciones que aparecen en los modelos econométricos pueden clasificarse en la forma siguiente:

- a. relaciones de comportamiento
- b. relaciones institucionales
- c. relaciones técnicas
- d. relaciones contables o de definición
- e. relaciones de ajuste
- f. restricciones

- a. Relaciones de comportamiento: tratan de explicar de forma simplificada el mecanismo de acción de un conjunto de sujetos económicos: productores, consumidores, exportadores, asalariados, etc.

Ejemplo: Función de consumo, según la cual, este es función de la renta disponible (PNB-Impuestos)

$$C_t = \alpha + \beta RD_t + u_t \quad (3.9)$$

Es una relación de comportamiento, ya que nos determinan el por que del comportamiento del consumidor; estos es, nos explica el mecanismo de acción de los consumidores, quienes consumiran de acuerdo con su nivel de renta disponible

Ejemplo: Función de inversión, según la cual las inversiones invierten en términos de incremento de la renta, mediada a través del PNB.

$$I_t = \gamma_0 + \gamma_1 \Delta Y_t + u_t \quad (3.10)$$

Donde I: inversión; ΔY : incremento de la renta. Según la

- b. Relaciones institucionales o legales: tratan de reflejar los efectos provocados en la actividad económica por las leyes o normas institucionales; es decir, son las que describen el impacto del ordenamiento jurídico y social existente, sobre el fenómeno en cuestión.

Ejemplo: Sistema impositivo

- c. Relaciones técnicas: expresan en forma simplificada las interdependencias entre factores productivos y cantidad de producto, es decir, la tecnología incorporada al proceso económico..

Ejemplo: Función de producción de Cobb-Douglas

$$Y_t = \Delta L_t^\alpha K_t^\beta e^{u_t} \quad (3.11)$$

Donde Y: producción, L: factor trabajo y K: factor capital. En este ejemplo α y β no son propensiones marginales, como ocurría con β y γ_1 , sino elasticidades.

- d. Relaciones contables o de definición: expresan tautológicas es decir, relaciones que se van a cumplir siempre en virtud de su construcción. Por lo general, cada una de tales relaciones puede considerarse como definidora de una variable concreta.

Ejemplo:

$$Y_t = C_t + I_t + G_t \quad (3.12)$$

donde C: consumo; Y: renta; I: inversión; G: Gasto público

- e. Relaciones de ajuste: describen el supuesto proceso de ajuste que se produce en mercados particulares cuando existe un exceso por parte de la demanda o de la oferta.

Ejemplo: $S_t = D_t$ donde S: oferta y D: demanda

- f. Restricciones: expresan condiciones que se espera se cumplan para determinados parámetros.

Ejemplo: En (3.9) β es la propensión marginal a consumir y $0 < \beta < 1$. En (3.11) $\alpha + \beta = 1$ y existen, por tanto, rendimientos constantes de escala.

b) CLASES DE LOS MODELOS

La clasificación de los modelos puede establecerse atendiendo a:

- a. la especificaciones
- b. el numero de relaciones
- c. la forma de las relaciones
- d. la inclusión no de variables endógenas retardadas
- e. el sector exterior
- f. el ámbito
- g. la finalidad
- h. los datos considerados
- i. numero de relaciones y variables endógenas

a. Tipos de modelos según la especificación

Atendiendo a la especificación, podemos distinguir entre:

- i. modelos teóricos o económicos
- ii. modelos econométricos

a los cuales se ha dedicado la sección segunda de este tema.

Muy relacionada con esta clasificación esta la que distingue entre:

- i. Modelos estocásticos que no admiten la posibilidad anterior por dos razones diferentes. En primer lugar, porque el investigador solo incluye algunas de las variables que determinan el comportamiento del fenómeno objeto de estudio y en segundo lugar por la poca exactitud con que generalmente se miden y realizan las observaciones económicas. Así, los modelos estocásticos son aquellos que incluyen las perturbaciones aleatorias.
- ii. modelos deterministas o exactos: se supone la existencia de variables que satisfacen exactamente las ecuaciones. Dentro de estos están incluidos los modelos teóricos.

Valavanis (1959) señala cuatro razones por las que un modelo econométrico debe ser estocástico: formulación incompleta de la teoría, especificación imperfecta de las relaciones, agregación y errores de medida.

b. Tipos de modelo según el número de relaciones

Si atendemos al número de relaciones o ecuaciones que constituyen el modelo, tenemos:

- i. modelos uniecuacionales
- ii. modelos multiecuacionales

Dentro de los modelos multiecuacionales, son relevantes los modelos de ecuaciones simultáneas, que se caracterizan porque dos o más variables vienen determinadas “simultáneamente” por un cierto número de variables predeterminadas; esto es, existen interrelaciones entre las variables incluidas en las diferentes relaciones del modelo.

Ejemplo: suponiendo una economía cerrada

$$C_t = \alpha_0 + \alpha_1(1 - \tau)Y_t + \alpha_2 r_t + u_{1t} \quad (3.13)$$

$$I_t = \beta_0 + \beta_1(Y_{t-1} - Y_{t-2}) + \beta_2 r_{t-1} + u_{2t} \quad (3.14)$$

$$Y_t = C_t + I_t + G_t \quad (3.15)$$

donde C: consumo (vble. Endógena); I: inversión (vble. Endógena) ; Y:PNB (vble. Endógena); G: gasto público; r: tipo de interés; $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau$: parámetros. (τ : tipo de impuesto constante en la economía)

En este ejemplo, vemos como un incremento en el tipo de interés en el periodo t-1 conduce a una variación en la inversión de periodo t por la ecuación 3.14 . Pero esta variación en la inversión ocasiona una variación en el PNB del periodo t por la ecuación 2.15 . A su vez, esta variación modifica el consumo del periodo t, por la ecuación 3.13. Nuevamente por 3.15 esta vibración modifica el PNB, etc.

c. Tipos de modelo según la forma de las relaciones

Atendiendo a la forma de las relaciones los modelos pueden clasificarse en:

- i. modelos lineales: todas las relaciones son lineales
- ii. modelos no lineales: alguna relación es no lineal

Esta clasificación tiene interés por cuanto la posibilidad de la aplicación práctica de un modelo depende esencialmente de la forma de las relaciones; si estas son lineales se habrán eliminado un buen número de obstáculos. De aquí la tendencia general al empleo de relaciones lineales en los modelos econométricos.

Cuando en la construcción de modelos no pueden evitarse las relaciones no lineales, se intenta, por las razones mencionadas, llegar a ecuaciones lineales mediante el empleo de sustituciones o transformaciones matemáticas. Surge, con esto, el problema de la linealización que trata de los artificios que pueden utilizarse para conseguir aquella finalidad.

Cuando hablamos de modelos lineales, hacemos referencia a dos sentidos de linealidad: en variables o en parámetros. En la práctica, la linealidad en los parámetros es la más importante, especialmente con vistas a la estimación. La linealidad en las variables puede conseguirse frecuentemente con facilidad.

d. Tipos de modelos atendiendo a la inclusión o no de variables endógenas retardadas.

- i. modelos estáticos: cuando no aparecen variables endógenas retardadas.
- ii. Modelos dinámicos: cuando aparece alguna variable endógena retardada.

Barbancho (1976), Christ (1957) y Chakravarty (1959) coinciden en considerar la inclusión de la variable endógena retardada como el factor que introduce el carácter dinámico a un modelo, pero debe observarse que otros autores como Tinbergen (1956) y Markshak (1950) no están de acuerdo con esta visión, dado que para estos basta con que una variable se refiera a diversos periodos de tiempo (sea endógena o exógena) para que el modelo sea dinámico. Nosotros seguiremos el punto de vista de los primeros autores mencionados, pues como se verá con mayor detalle en la sección 6 de este tema, la verdadera dinamicidad del modelo viene impuesta por la presencia de variables endógenas retardadas

e. Tipos de modelos según la consideración que efectúen acerca del sector exterior

- i. modelos abiertos
- ii. modelos cerrados

Estos modelos guardan relación con los conceptos de economías abiertas y economías cerradas, respectivamente; es decir, los primeros tienen en cuenta las relaciones con el exterior, mientras que los segundos no.

f. Tipos de modelos según su ámbito o cobertura

Desde el punto de vista del ámbito o cobertura de los modelos, estos pueden ser:

- i. modelos microeconómicos
- ii. modelos macroeconómicos

Como señala Tinbergen (1956) la distinción entre estas dos clases de modelos no está perfectamente definida; y así dice “nosotros llamamos microeconómicos a algunos modelos que otros autores consideran como macroeconómicos”.

Esta distinción y esto es lo más importante para la Econometría, origina el llamado problema de la agregación.

g. Tipos de modelos según su finalidad

Atendiendo a la finalidad, los modelos pueden clasificarse en:

- i. modelos de decisión: son aquellos que sirven para tomar decisiones con fines de política económica
- ii. modelos de predicción: mediante los cuales se pretende predecir los valores de las variables endógenas, cuando las variables predeterminadas toman unos valores dados a priori

h. Tipos de modelos según los datos que utilizan

Desde este punto de vista, los modelos econométricos se clasifican en:

- i. modelos con datos de series temporales o cronológicas
- ii. modelos con datos de corte transversal (cross sección)

Los datos de series temporales consisten en las observaciones de las variables a lo largo de un cierto periodo temporal. Por ejemplo, los datos trimestrales del PNB español desde 1964 hasta 1986.

Los datos de corte transversal (cross section) consisten en las observaciones de las variables para diferentes sujetos (o unidades de referencia) en un momento dado. Por ejemplo, los ingresos de las familias de Zaragoza en Enero de 1986; o la renta per capita de las provincias españolas en 1981.

i. Atendiendo al numero de relaciones y variables endógenas

Un modelo es completo cuando tiene tantas variables endógenas como ecuaciones. Intuitivamente se presiente que los modelos tienen que ser completos. Siendo así, cuando las relaciones son lineales, podrá obtenerse para cada variable endógena, que constituyen en esencia las incógnitas del economista, una solución única, lo cual sea haya en conformidad con la realidad de que toda magnitud económica toma un valor y solo uno, en un momento y circunstancias dados.,

Cuando no coincidan el numero de variables endógenas y el de ecuaciones, diremos que el modelo es incompleto.

El concepto de estructura se establece a partir del concepto de modelo completo. Así, un modelo completo con sus parámetros sin cuantificar (estimar) define una clase de estructuras. Tendremos una estructura concreta cuando los parámetros del modelo tomen unos valores concretos. Por lo tanto, podemos definir la estructura en los siguientes términos: *“conjunto de relaciones estructurales determinadas y específicas cuyos parámetros, por tanto, han recibido ya valores numericos concretos”*.

En la definición aparece el termino “relaciones estructurales”, pues bien entenderemos por tales a las relaciones funcionales que integran y definen un modelo; mientras que parámetros estructurales eran aquellos cuyos valores concretos nos expresan una determinada estructura.

La introducción del concepto de estructura constituye un punto clave para la correcta utilización de los modelo. Definido un modelo y estimados sus parámetros (es decir, determinada la estructura) pueden plantearse serias dudas respecto a la constancia de dicha estructura tanto para el periodo de observación como para periodos futuros. Si operamos como habitualmente se viene haciendo en gran parte de las aplicaciones econométricas bajo el cómodo supuesto de estructura invariante, podemos caer en graves incongruencias.

Como señala Pulido (1983) un cambio de estructura admite diversos grados de complejidad según que:

- se mantenga las mismas variables del modelo y solo cambie el valor de los coeficientes.

Estos cambios pueden deberse, por ejemplo, a la influencia de otras variables no incluidas explícitamente en el modelo o a la propia forma funcional que ha sido utilizada.

- se incorporen nuevas variables al modelo (que correspondientemente cambian además los coeficientes) pero se mantiene básicamente el sistema original.

En este caso, la alteración de los valores de los parámetros va acompañada de una alteración en el modelo original. Es decir, se estima una nueva estructura correspondiente a un nuevo modelo.

- se incorporen nuevas variables al modelo que corresponde a un nuevo sistema.

Este es el caso límite, ya que debemos adaptar un nuevo modelo (y estimar, por tanto, la estructura) aun sistema que puede considerarse también como diferente al analizado inicialmente)