A Con-Ciencia

Este verano, sin billares

Todos sabemos que existen infinitos número naturales: 1, 2, 3,…, pues cada vez que yo te dé uno de ellos, bastará que tú le sumes la unidad para obtener otro número natural distinto. Surge entonces un problema para el matemático cuando quiere probar una fórmula en la que se involucre a los naturales: ¿cómo probar que "la suma de los N primeros naturales es la semisuma del producto de N por su siguiente"? (Acabo de decir que: 1+2+…+N = N(N+1)/2.) ¡¿Tengo que probar la afirmación para todos y cada uno de los N?! Evidentemente no. Piensa: ¿qué tienes que hacer para tumbar una hilera completa de (infinitas) fichas de dominó, dispuestas todas sobre el suelo de un recinto enorme ante la expectante mirada del público, y que hemos colocado a la distancia apropiada una de otra de modo que la caída de una conlleva la de la siguiente? Basta con que garantices 1º: "tiras la primera", y 2º: "cada una que cae tira la siguiente". Observa que si empiezas a calcular potencias de 11, te aparecerán capicúas: 11, 121, 131, 14641,… ¡y se acabó la intuición!, pues 11^5 = 161051 ya no lo es. Una "inducción matemática" ahora supondría deducir que 11^(N+1) es capicúa supuesto que lo sea 11^N. Falso ya aquí para N = 4. Pero esta es la gracia de la inducción matemática: ¡no tienes que probar la fórmula en todos los casos! Basta la estrategia del volcado de las fichas de dominó.

Sin embargo, ¡cuídate mucho de hacerlo mal! De hecho, si suponemos el conjunto de todas las bolas de billar tiene, pongamos, N elementos, "podemos razonar" por inducción afirmando que: "Todo conjunto de N bolas de billar tiene todas sus bolas del mismo color". Si razonamos por inducción, nadie me negará que en todo conjunto con una única bola de billar es cierta la afirmación. (Acabo de tirar la primera ficha del dominó infinito.) Supongamos ahora que la afirmación es cierta para N (está cayendo la ficha N-ésima), y habrá que probar que es cierta para N+1 (y en consecuencia, debe caer la siguiente). Fíjate que si las dispones en fila sobre una mesa todas esas bolas, aplicando lo que supones (que todo conjunto de N bolas las tiene todas del mismo color), las N primeras serán de un color, digamos C(1), y las N últimas serán de otro color, pongamos ahora C(2). Pero, ¿no hay acaso N-1 bolas comunes a los dos grupos de modo que C(1) y C(2) han de ser el mismo color? Pues entonces, se jodió el billar para este verano…

Fecha: 19/07/16

Enrique de Amo
Decano Facultad de Ciencias Experimentales de la UAL