

Con paciencia, y unas cañas...

Cuando las personas arrancamos con nuestros flirteos matemáticos, la primera experiencia es la de aprender a contar “1, 2, 3, etc.”. Después aprendemos a sumar estos números, por parejas. Incluso aprendemos, de paso, dos propiedades de forma semiinconsciente: podemos sumar dos números en cualquier orden (conmutatividad) y, cuando son más de dos los números a sumar, los agrupamos acumulando sus sumas, de 2 en 2, hasta el éxito final (asociatividad). ¿Has pensado alguna vez en sumar una cantidad infinita de números? Sin temor a que te enfades, me aventuro a pensar que una buena mayoría (suficiente para otorgar el Gobierno de un país) contestará, rápidamente: “infinito, infinito; si sumo una cantidad infinita de números (mayores que cero), el resultado tiene que ser infinito, ¡seguro!”. Es muy fácil que te convenzas, si aún no lo has hecho, de que esa afirmación no tiene por qué ser cierta: piensa en un cuadrado de lado 1 unidad de longitud, cuya área medirá 1 unidad de área cuadrada (... algo muy lejano de ser “infinito”, ¿verdad?). Ahora vamos a ir cortando por la mitad ese cuadrado inicial, de modo que nos quedaremos con una de las dos mitades y “tiraremos” la otra. Cada una de estas piezas tendrá 0,5 unidades cuadradas de área. Si divido por la mitad, otra vez, el resultado será que tengo un “nuevo cuadrado” de 0,25 unidades cuadradas de área. Un nuevo corte, otra vez, por la mitad..., ¡y este proceso podré realizarlo, sin descanso, hasta el día del Juicio Final! Pues queda ahora claro, por muchos trocitos que haya tirado, que ¡la suma de todas sus áreas no supera una unidad! Y ahora te sale tu otro yo: “pero es que esos son números muy pequeños”.

Para números pequeños, el 1, el 1/2, el 1/3,..., el 1/1000,...; ¿cuánto sumarán todos ellos juntos? Otra vez, una intuición desenfrenada te puede llevar a la tentación de decir ahora, sin embargo, que “es un número pequeño, pues son números muy pequeños”. Esta suma, llamada la serie armónica del inverso de los números naturales, tiene una suma mayor que cualquier número que te puedas imaginar y, por tanto, “suma infinito”. Por ejemplo, para superar un millón haciendo esa suma, “basta” con que sumes los 10 elevado a 570000 ceros primeros sumandos de dicha serie de números... Y es que, con paciencia, y unas cañas, hasta las tapas más verdes, caen. No te agobies: tampoco sabes a cuánto ascienden los PGE, ¡y son tus dineros!

Fecha: 29/09/15

Enrique de Amo
Decano de la Facultad de Ciencias Experimentales