PRÁCTICA 2.
SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

1. EL COMANDO LinearSolve

a) SISTEMAS COMPATIBLES DETERMINADOS.

**Un método para resolver un sistema de ecuaciones lineales es emplear su notación matricial junto con el comando LinearSolve de la siguiente forma: LinearSolve[A, b] donde A es la matriz de coeficientes del sistema y b es la matriz columna de los términos independientes . En el caso en el que el sistema tenga solución única
con este método se obtiene dicha solución
que aparece como una lista ordenada de valores que corresponden a las incógnitas según el orden que éstas tenían en el sistema de ecuaciones.**

EJEMPLO

Resolver el sistema de ecuaciones lineales siguiente

```
x + y = 1
x + z = 0
x + 2 y + z = 0
```

RESOLUCIÓN

Utilizamos el comando LinearSolve:

```
LinearSolve[{{1, 1, 0}, {1, 0, 1}, {1, 2, 1}}, {1, 0, 0}]
```

y obtenemos como resultado:

```
{1, 0, -1}
```

Supongamos que por algún procedimiento previo nos hemos asegurado de que el sistema tiene solución única, entonces dicha solución es

```
x=1, y=0, z=-1
```

También puede usarse la notación matricial general para la matriz columna de los términos independientes

```
LinearSolve[{{1, 1, 0}, {1, 0, 1}, {1, 2,1}}, {{1}, {0}, {0}}]
```

que proporciona el mismo resultado, pero expresado con la notación matricial general

```
{{1}, {0}, {-1}}
```

b) SISTEMAS COMPATIBLES INDETERMINADOS.

Si el sistema tiene más de una solución con el comando LinearSolve sólo se obtiene una de ellas.

EJEMPLO

Resolver el sistema de ecuaciones lineales siguiente

```
  x + 2 y + z = 1
2 x + y + 3 z = -4
  x - y + 2 z = -5
4 x + 2 y + 6 z = -8
```

RESOLUCIÓN

Utilizamos el comando LinearSolve

```
LinearSolve[{{1, 2, 1}, {2, 1, 3}, {1, (-1), 2}, {4, 2, 6}}, {1, -4, -5, 8}]
```

y obtenemos como solución

```
{-3, 2, 0}
```

Si no sabemos si el sistema es determinado o indeterminado, tenemos que recurrir
al método de Gauss para obtener otro sistema equivalente que tenga una única solución, considerando incógnitas libres como parámetros.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & -4 \\ 1 & -1 & 2 & -5 \\ 4 & 2 & 6 & -8 \end{array}\right) \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & -3 & 1 & -6 \\ 0 & -3 & 1 & -6 \\ 0 & -6 & 2 & -12 \end{array}\right) \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & -3 & 1 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

Luego el sistema triangular equivalente

x + 2 y + z = 1
- 3 y + z = -6

Para resolverlo utilizamos la variable z como parámetro

x + 2 y = 1 – z
- 3 y = -6 - z

este sistema tiene una única solución que podemos obtener con el comando LinearSolve

```
LinearSolve[{{1, 2}, {0, -3}}, {1 - z, -6 - z}]
```

cuyo resultado es

```
{1/3 (-9 -5 z)), (6 + z)/3
```

Luego la solución es:

x= -3 – (5/3) z
y= 2 + (1/3)) z

z un número real

EJERCICIO
Resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales

x + y + z + t = 6
x – y + z – t = -2
3 x – y + 3 z – t = 2
7 x – 5 y + 7 z – 5 t = -6

c) SISTEMAS INCOMPATIBLES.

Si se introduce un sistema incompatible
el programa nos dice que no encuentra ninguna solución

EJEMPLO
Resolver el sistema

x + 2 y + 1 = 1
2 x + y + 3 z = -4
x – y + 4 z = -11
4 x + 2 y + 8 z = -20

RESOLUCIÓN
Con el comando LinearSolve

```
LinearSolve[{{1, 2, 1}, {2, 1, 3}, {1, -1, 4}, {4, 2, 8}}, {1, -4, -11,-20)}]
```

obtenemos

```
LinearSolve::"<nosol>" ((:)( )) *""<Linear equation encountered which has no solution.
```

Este mensaje significa que el sistema es incompatible

2. - EL COMANDO Solve

a) SISTEMAS COMPATIBLES DETERMINADOS.

Para resover un sistema de ecuaciones lineales con el comando Solve hay que introducir el sistema de ecuaciones fíjate en la notación que se usa en el Ejemplo.
También se introducen las incógnitas en las que queremos resolver el sistema, esto se hace para poder utilizar parámetros no numéricos que no sean incógnitas. Si el sistema es compatible determinado se obtiene la única solución.

EJEMPLO
Resolver el siguiente sistema de ecuaciones

x + y = a
2 x + y = -1

RESOLUCIÓN
Utilizamos el comando Solve

```
Solve[{x + y == a, 2  x + y == (-1)} ,  {x, y
```

se obtiene

```
{{x→ -1-a, y →1+ 2 a}}
```

b) SISTEMAS COMPATIBLES INDETERMINADOS.

Cuando un sistema de ecuaciones tiene más de una solución el comando Solve las calcula dejando como parámetros las incógnitas que sean necesarias.

EJEMPLO
Resolver el sistema de ecuaciones siguiente:

x + 2 y = 0
2 x + 4 y = 0

RESOLUCIÓN
Utilizamos el comando Solve

```
Solve[{x + 2  y == 0, 2  x + 4  y == 0}, {x, y
```

Obtenemos

```
Solve::"<svars>" ((:)( )) *""<Equations may not give solutions for all
\"solve\" variables.
{{x → -2 y}}
```

El mensaje significa que no se han obtenido valores para todas las variables que hemos indicado, en este caso para "y". Por lo tanto la solución del sistema es:

x = -2 y
y

EJERCICIO
Resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales

x - y + z - u + v = 0
x + y + 2 z + 2 u - v = 0
- x + 5 y + z + 7 u - 5 v = 0

c) SISTEMAS INCOMPATIBLES.

Si el sistema es incompatible no se obtiene ninguna solución.

EJEMPLO

Resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$x + 2y + z = 1$$
$$2x + y + 3z = -4$$
$$x - y + 4z = -11$$
$$4x + 2y + 8z = -20$$

RESOLUCIÓN

```
Solve[{x + 2  y + z == 1, 2  x + y + 3  z == (-4), x - y + 4  z == (-11), 4  x
+ 2  y + 8  z == (-20)}, {x, y, z}])
```

Obtenemos

```
{}
```

esto significa que el sistema es incompatible.