

Año académico: 2008-2009
Centro: Facultad de Ciencias Experimentales
Estudios: Matemáticas
Asignatura: Geometría Vectorial
Ciclo: Primero
Curso: Primero
Cuatrimestre: Primero
Carácter: Troncal
Profesores: David Llena Carrasco
Area: Geometría y topología

TEMARIO

1. Sistemas de ecuaciones, matrices y determinantes.

- 1.1. Sistemas de ecuaciones lineales: Ecuaciones lineales. Sistemas de ecuaciones lineales. Discusión de un sistema. Método de Gauss-Jordan.
- 1.2. Matrices. Transformaciones elementales: Matrices. Matrices triangulares y diagonales. Matrices escalonadas reducidas. Forma normal de Hermite. Rango de una matriz. Matrices y sistemas de ecuaciones.
- 1.3. Operaciones con matrices: Suma de matrices. Producto de un escalar por una matriz. Producto de matrices. División de una matriz en bloques. Producto por bloques. Matriz traspuesta. Propiedades del rango y de la traza.
- 1.4. Matrices regulares: Matrices elementales. Matriz inversa. Matrices regulares. Cálculo de la matriz inversa. Matrices equivalentes.
- 1.5. Determinantes: Determinante de una matriz cuadrada. Propiedades de los determinantes. Matriz inversa y determinantes. Rango y determinantes. Sistemas de ecuaciones y determinantes. Regla de Cramer.

2. Espacios vectoriales.

- 2.1. Espacios vectoriales. Bases: Definición y ejemplos. Dependencia e independencia lineal. Sistemas de generadores de un espacio vectorial. Bases de un espacio vectorial. Dimensión. Coordenadas de un vector respecto a una base. coordenadas y dependencia lineal. Cambio de base.
- 2.2. Subespacios vectoriales: Definición y ejemplos. Subespacio generado por un conjunto de vectores. Espacio de filas y espacio de columnas de una matriz. Ecuaciones cartesianas y paramétricas de un subespacio. Ecuaciones cartesianas y dimensión de un subespacio. Intersección de subespacios. Suma de subespacios. Suma directa de subespacios. Fórmula de las dimensiones. Espacio vectorial cociente.
- 2.3. Espacios vectoriales euclídeos: Productos escalares. Matriz de Gram. Expresión matricial del producto escalar. Matriz de Gram y cambio de base. Norma de un vector. Angulo entre dos vectores. Vectores ortogonales. Bases ortogonales y ortonormales. Construcción de bases ortonormales. Método de Gram-Schmidt. Complemento ortogonal. Proyección ortogonal. Producto vectorial de \mathbb{R}^3

3. Aplicaciones lineales.

- 3.1 Núcleo e imagen: Definición y ejemplos. Núcleo e imagen de una aplicación lineal. Aplicaciones lineales inyectivas y sobreyectivas. Operaciones con aplicaciones lineales. Teoremas de isomorfía.
- 3.2 Aplicaciones lineales y matrices: Matriz asociada a una aplicación lineal. Matriz asociada y núcleo e imagen. Nulidad y rango. Matriz asociada y cambio de base. Matrices semejantes. Matriz asociada y operaciones con aplicaciones lineales.
- 3.3 Isometrías: Definición y ejemplos. Isometrías en \mathbb{R}^2 . Isometrías en \mathbb{R}^3 .
- 3.4 Diagonalización por semejanza: Semejanza de matrices. El problema de la diagonalización. Autovalores y autovectores. Polinomio característico. Multiplicidad algebraica y multiplicidad geométrica. Endomorfismos y matrices diagonalizables. Diagonalización por semejanza ortogonal de matrices simétricas. Endomorfismos autoadjuntos. Teorema espectral.

4. **Espacio Dual. Formas bilineales y cuadráticas.**

- 4.1 Espacio Dual: Bases duales. Cambio de base en el espacio dual. Teorema de Reflexividad. Anulador de un subespacio. Aplicación lineal traspuesta. Operaciones con aplicaciones lineales
- 4.2 Formas bilineales y multilineales: Definición y propiedades básicas. Matriz asociada a una forma bilineal. Matriz asociada y cambio de base. Formas bilineales simétricas y antisimétricas. Formas multilineales. Producto tensorial y producto exterior de formas multilineales. Definición rigurosa de determinante.
- 4.3 Formas cuadráticas: Definición y propiedades básicas. Forma polar de una forma cuadrática. Matriz asociada a una forma cuadrática. Conjugación respecto de una forma cuadrática. Clasificación de formas cuadráticas reales. Signatura de una forma cuadrática real. Ley de inercia de Sylvester. Diagonalización por congruencia. Criterio de Sylvester.

BIBLIOGRAFÍA

- 1) M. Anzola, J. Caruncho y G. Pérez Canales, "Problemas de álgebra" Tomo 3. Espacios Vectoriales.
- 2) J. de Burgos "Álgebra Lineal" Ed. McGraw-Hill. 1993.
- 3) M. Castellet, I. Llerena. "Álgebra Lineal y Geometría". Ed. Reverté 1992.
- 4) Doneddu. "Curso de Matemáticas. Álgebra y geometría". Colección Ciencia y Técnica. Aguilar. 1978.
- 5) F. Granero. "Algebra y Geometría Analítica". McGraw-Hill.
- 6) E. Hernández. "Algebra y Geometría". Addison-Wesley/UAM.
- 7) S. Lang. "Introducción al álgebra lineal". Addison-Wesley Iberoamericana. 1990.
- 8) L. Merino, E. Santos, "Álgebra lineal con métodos elementales". 1997.
- 9) J. Rojo, I. Martín "Ejercicios y Problemas de Álgebra Lineal". Ed McGraw-Hill.
- 10) Romero Sarabia, "Álgebra lineal y geometría". Ed. La Madraza.

OBSERVACIONES

EVALUACIÓN

Dos exámenes parcial y/o un final.