

PRÁCTICA DE POLINOMIOS

- Calcular en $\mathbf{Z}_2[x]$
 - $(x^2 + x + 1)^2$;
 - $(x^3 + x + 1)(x^4 + x^3 + x + 1)$;
 - $x(x + 1)(x^2 + x + 1)$;
 - $(x(x + 1)(x^3 + x^2 + 1)(x^3 + x + 1))$.
- Calcular en $\mathbf{Z}_3[x]$
 - $(x^2 + 2x + 2)(x^3 + x^2 + x + 2)$
 - $(x^5 + x^3 + x + 1)(2x^3 + 2x + 1)$.
- Realizar otros productos de polinomios con módulos diferentes.
- Encontrar el cociente y el resto cuando el primer polinomio se divide por el segundo en $\mathbf{Q}[x]$:
 - $x^3 - 7x - 1; x - 2$;
 - $x^4 - 2x^2 - 1; x^2 + 3x - 1$;
 - $2x^3 - 3x + 1; x^2 + x + 1$;
 - $x^2 + x + 1; 2x - 3$;
 - $3x^2 - x - 1; x^3 - 2$.
- Encontrar el resto en $\mathbf{Q}[x]$ cuando
 - $x^3 - 2x + 4$ se divide por $x - 2$;
 - $x^4 - 7x^2 + 3$ se divide por $x + 1$; y
 - $x^{40} - 8x^{12} + 3$ se divide por $x^4 - 1$.
- ¿Divide $x - 3$ a $x^4 + x^3 + x + 4$ en $\mathbf{Q}[x]$? ¿y en $\mathbf{Z}[x]$?
 - Encontrar para que valores de m la imagen de $x - 3$ divide a la imagen de $x^4 + x^3 + x + 4$ en $\mathbf{Z}_m[x]$.
- Encontrar para que valores de m la imagen de $x^3 + 3$ divide a la imagen de $x^5 + x^3 + x^2 + 9$ en $\mathbf{Z}_m[x]$.
- Encontrar todos los ceros de $x^2 - 2x$ en \mathbf{Z}_{15} y en \mathbf{Z}_{30} .
- Encontrar la identidad de Bezout para los siguientes pares de polinomios en $\mathbf{Z}_2[x]$:

- a) $x^2 + x + 1; x^3;$
- b) $x^6 + x^5 + x^3 + x; x^8 + x^7 + x^6 + x^4 + x^3 + x + 1;$
- c) $x^{15} - 1; x^4 + x^2 + x.$

10. Encontrar el MCD en $\mathbf{Z}_3[x]$ de $x^5 + 2x + 1$ y $x^4 + 2$.

11. Encontrar el MCD y expresarlo como combinación lineal de los polinomios de $\mathbf{Q}[x]$ siguientes:

- a) $x^2 - 3x + 2; x^2 + x + 1;$
- b) $x^9 - 1; x^{11} - 1.$

12. Factorizar los siguientes polinomios en $\mathbf{Z}[x]$:

- a) $x^6 + x^4 + x;$
- b) $x^8 + x^7 + x^6 + x^4 + 1;$
- c) $x^7 + x^6 + x^4 + 1;$
- d) $x^8 + x;$
- e) $x^{16} - x;$
- f) $x^7 + x^3 + 1.$

13. Encontrar los ceros de los polinomios

- a) $x^4 + 7x^3 + 11x^2 + 6x + 5;$
- b) $3x^3 + 7x^2 - 7x - 3.$

14. Decidir si son o no irreducibles los siguientes polinomios:

- a) $2x^4 - 8x^2 + 3$ en $\mathbf{Q}[x]$;
- b) $x^5 + x^2 + 1$ en $\mathbf{Z}_2[x]$;
- c) $x^5 + x^4 + 2x^3 + 2x + 2$ en $\mathbf{Z}_3[x]$.

15. Factorizar

- a) $x^{15} + 3x^{10} + 2x^5 + 4$ en $\mathbf{Z}_5[x]$;
- b) $x^4 + 2x^3 + 2x^2 + x + 4$ en $\mathbf{Z}_5[x]$;
- c) $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ en $\mathbf{Z}_2[x]$ y $\mathbf{Z}_5[x]$.

16. Resolver si es posible:

- a) $(x^3 + x + 1)f(x) \equiv 1 \pmod{x^4 + x + 1}$ en $\mathbf{Z}_2[x]$;
- b) $(2x + 1)f(x) \equiv x^3 \pmod{x^2 + 1}$ en $\mathbf{Z}_3[x]$.