PRÁCTICA 4

MEDIDA DEL MÓDULO DE RIGIDEZ DE UNA BARRA

INTRODUCCIÓN

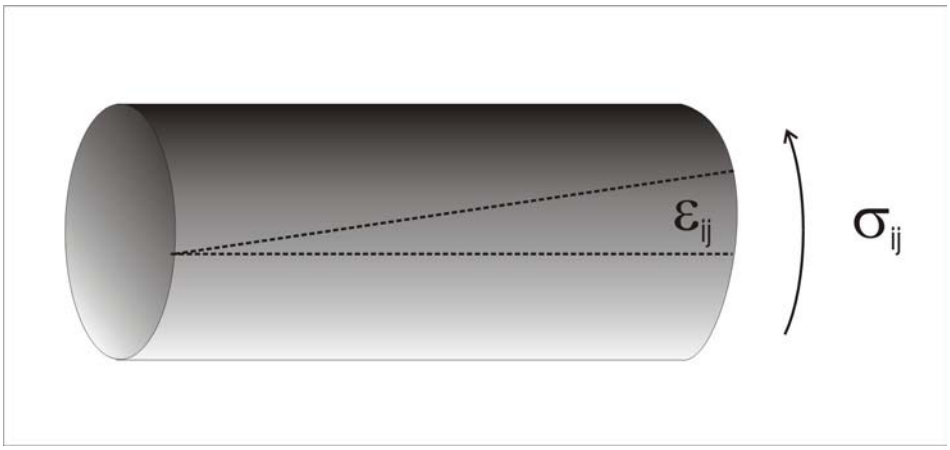
El *módulo de rigidez transversal* también denominado *módulo de deformación transversal* viene definido por un medio de la razón entre el esfuerzo cortante y la deformación cortante respectiva:

$$G \equiv \frac{1}{2}\frac{\sigma_{ij}}{\varepsilon_{ij}} \quad i \neq j$$

y hemos visto en teoría que este módulo es igual a la segunda constante de Lamé:

$$G = \mu$$

En esta práctica se van a aplicar esfuerzos cortantes a una varilla cilíndrica delgada y se van a obtener las deformaciones correspondientes. De esta manera se obtendrá el valor del módulo de rigidez μ.



La relación entre los esfuerzos cortantes aplicados y las deformaciones transversales producidas proporciona una forma de calcular el módulo de rigidez.

Por tanto, *el objetivo de esta experiencia es calcular el módulo de rigidez del material con el que está construido una varilla.*

FUNDAMENTO TEÓRICO

Sea una varilla cilíndrica de longitud L y radio R suspendida verticalmente por su extremo superior que está firmemente sujeto; si se aplica en el extremo inferior un par

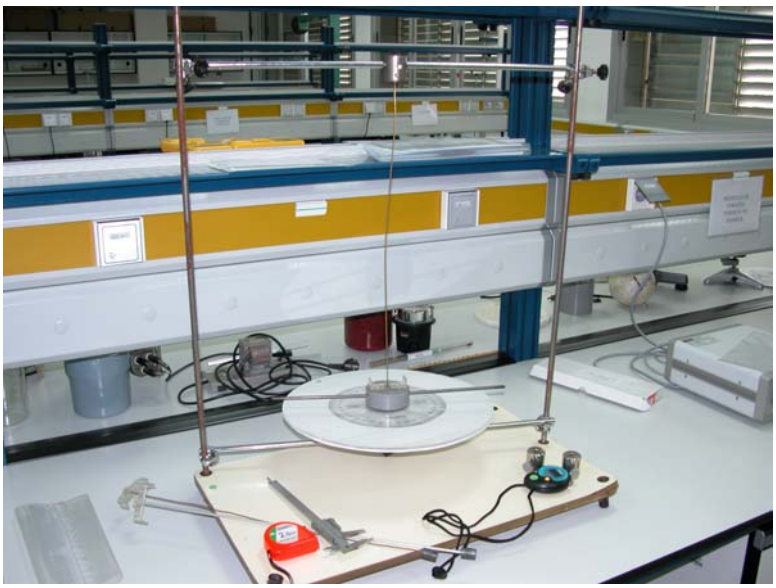
de fuerzas de momento M se provoca un giro φ. De manera muy sencilla es posible demostrar que:

$$M = -\frac{\mu \pi R^4}{2L}\varphi$$

Esta expresión permite determinar el módulo de rigidez μ sin más que medir deformaciones angulares φ para distintos esfuerzos transversales M y ajustar el resultado por mínimos cuadrados a una recta; la pendiente de la recta obtenida, α, toma el valor:

$$\alpha = \frac{\mu \pi R^4}{2L}$$

de donde es posible obtener el módulo de rigidez μ.



Montaje experimental donde se aprecia la varilla vertical y el dispositivo destinado a provocar deformaciones angulares en su extremo inferior.

Por otra parte, a partir de la ecuación fundamental de la dinámica de rotación, es posible obtener que:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{k}{I}\varphi = 0$$

donde I es el momento de inercia y la constante recuperadora k vale:

$$k = \frac{\mu \pi R^4}{2L}$$

lo cual pone de manifiesto que el movimiento que adquiere la varilla es oscilatorio armónico y además, su periodo viene dado por:

$$\tau = 2\pi\sqrt{\frac{I}{k}}$$

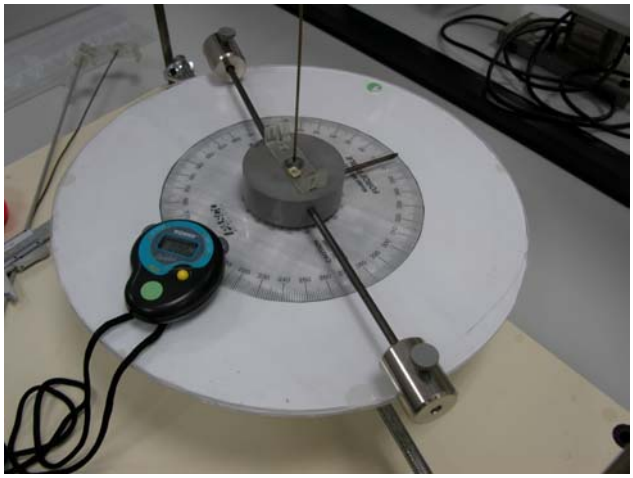
A partir de esta expresión y del valor del momento de inercia I se tiene:

$$\mu = 4\pi\frac{ML}{R^2}\frac{1}{\tau^2}$$

con lo cual, a partir del periodo de oscilación podría comprobarse el valor del módulo de rigidez obtenido anteriormente.

MATERIAL Y MÉTODOS

Dispondrá de un péndulo de torsión, un disco graduado, varias varillas metálicas de distintos materiales y diferentes dimensiones, dinamómetro, soportes, pesas, calibrador, cinta métrica y cronómetro.



Detalle del disco graduado y las pesas que permitirán provocar la deformación y el movimiento oscilatorio.

Los pasos experimentales que debe seguir son:

1.- Con ayuda de la cinta métrica y el nonius determine las dimensiones L y R de la varilla cilíndrica. Con la balanza del laboratorio, estime la masa m de la varilla.

2.- Coloque la varilla vertical y sujétela por sus extremos con la mordaza superior y el enganche inferior.

3.- Sujete el dinamómetro a la barra horizontal a pié de la varilla y provoque distintos desplazamientos angulares, de 5º en 5º y hasta un máximo de 40º, que puede medir con el disco graduado que hay justo debajo. Con ello, conseguirá una tabla de valores de

fuerzas aplicadas (y por tanto puede deducir loa momentos) frente a los ángulos producidos.

4.- Coloque ahora las pesas en los extremos de la barra horizontal y provoque un movimiento oscilatorio. Con ayuda del cronómetro determine el periodo de la oscilación midiendo el tiempo de 20 de ellas (para minimizar el error).

5.- Represente los datos de la tabla anterior (momentos en ordenadas y ángulos en abcisas).

6.- Ajuste los datos anteriores debidamente y obtenga el valor del módulo de rigidez.

7.- Presente todas las medidas con sus errores y los resultados con sus debidos márgenes de error.

8.- Compruebe el valor obtenido con el que proporciona el método dinámico a partir de la medida del periodo de oscilación.

9.- Repita el procedimiento para las distintas varillas.