Antonio Miguel Posadas Chinchilla
Departamento de Física Aplicada

DEFORMACIONES

1. Sean x, y, z la posición inicial de una partícula cuyo movimiento está descrito en un sistema lagrangiano por:

$$X = 2(x-y)(e^{t}-1)+(y-x)(e^{-t}-1)+x$$
$$Y = (x-y)(e^{t}-1)+(y-x)(e^{-t}-1)+y$$
$$Z = z$$

Encuentre: a) el vector desplazamiento en coordenadas lagrangianas; b) el vector desplazamiento en coordenadas eulerianas.

2. El vector desplazamiento $\vec{u}$ de un punto en un material tiene por componentes:

$$u_x = 4ax^2; \qquad u_y = 8az^2; \qquad u_z = -2ay^2$$

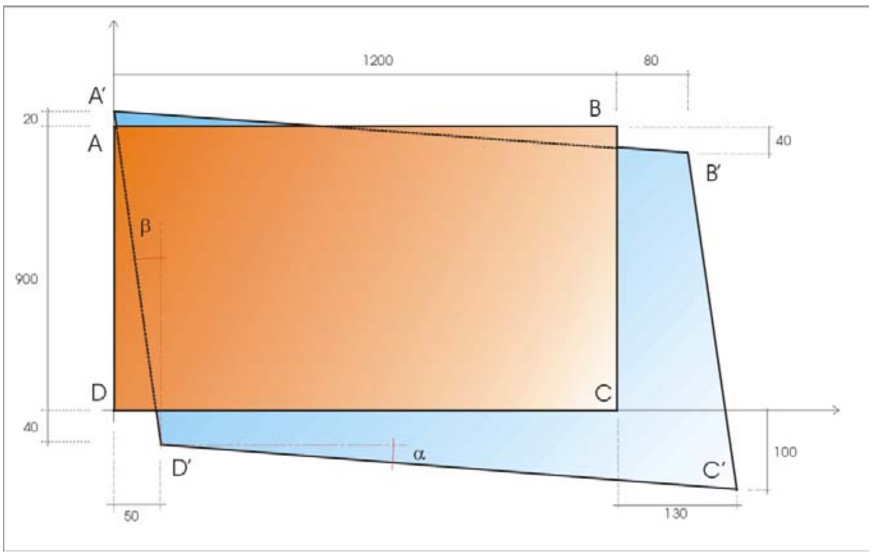
estando expresadas en metros y siendo a = 10^{-4} m^{-1}. Se pide: a) el tensor de deformaciones de Cauchy; b) los valores y direcciones principales en P = (1/2, 1, 1).

3. El vector desplazamiento para los puntos de un determinado material viene dado por:

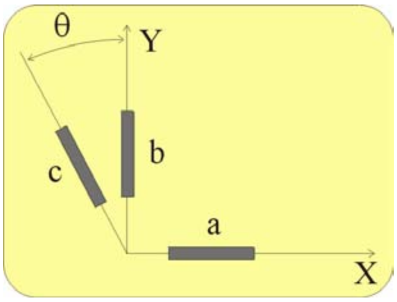
$$u_x = ax+4ay; \qquad u_y = 2az^2 - ay^2; \qquad u_z = ay^2 - 2ax^2 - \frac{a}{3}z^2$$

siendo a una constante. Se pide: a) calcular la matriz de giro en un entorno del punto P = (2,1,-3/2) y el vector asociado a ella; b) ¿en qué se transforma una esfera centrada en P?

4. Una placa rectangular ABCD se deforma hasta A’B’C’D’ según se indica en la figura. Se pide: a) la matriz de deformación para los puntos de la placa; b) las deformaciones y direcciones principales.



5. En un punto de un material plano se colocan tres galgas extensiométricas tal y como se indica en la figura. Se sabe que $tg\,\theta = 3/4$ y que después de cargar el material los alargamientos unitarios en cada galga son $\varepsilon_a = 0.003,\ \varepsilon_b = 0.002\ y\ \varepsilon_c = -0.004$. Calcular la deformación angular del ángulo recto definido por los ejes de las galgas a y b.



6. La matriz de deformación de un material en un punto, referida a cierto sistema de referencia OXYZ, es:

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} 4a & 0 & -4a \\ 0 & 3a & 0 \\ -4a & 0 & -2a \end{pmatrix}$$

siendo a una constante. Se pide: a) hallar las deformaciones y direcciones principales; b) calcular la deformación longitudinal unitaria correspondiente a la dirección que forman ángulos de 45º y 60º con los ejes OX y OY respectivamente; c) las direcciones que sólo experimentan deformación transversal.

7. La matriz de deformación de un punto material referida a un sistema ortogonal es:

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} 3k & 0 & -k \\ 0 & k & 2k \\ -k & 2k & 2k \end{pmatrix}$$

siendo k una constante. Se pide: a) la deformación unitaria longitudinal en la dirección $\vec{u}_1 = \left(1/3, 2/3, 2/3\right)$ referida a dicho sistema; b) calcular la variación experimentada en la deformación por el ángulo definido por $\vec{u}_1$ y $\vec{u}_2 = \left(-2/\sqrt{5}, 1/\sqrt{5}, 0\right)$.

8. Las componentes de la deformación plana en un punto P de un material son $\varepsilon_x = 0.003,\ \varepsilon_y = 0.001\ y\ \gamma_{xy} = -0.006$. Utilice el círculo de Mohr para determinar las deformaciones principales y la deformación máxima por esfuerzo cortante y obtenga las orientaciones de los elementos sujetos a estas deformaciones.

9. Las componentes de la deformación plana de un punto material son $\varepsilon_x = 0,\ \varepsilon_y = 0\ y\ \gamma_{xy} = 0.004$. El ángulo es 45º. Utilice el círculo de Mohr para encontrar $\varepsilon_x', \varepsilon_y'\ y\ \gamma_{xy}'$.

10. Las componentes de la deformación plana de un punto material son $\varepsilon_x = 0.0024,\ \varepsilon_y = -0.0012\ y\ \gamma_{xy} = 0.0048$. Las deformaciones longitudinales son $\varepsilon_x' = 0.00347\ y\ \varepsilon_y' = -0.00227$. Utilice el círculo de Mohr para determinar γ_{xy}' y el ángulo θ.

11. En el estado $\varepsilon_x = -0.008,\ \varepsilon_y = 0.006\ y\ \gamma_{xy} = -0.012$, utilice el círculo de Mohr para determinar las componentes principales, la deformación máxima por esfuerzo cortante y las orientaciones de unas y otras.

12. El campo vectorial de desplazamientos en el entorno del punto P(1, 2, -1) de un material es:

$$\vec{u} = (\ 2x_1x_2^2\ \hat{e}_1 - x_2^3\ \hat{e}_2 + x_1^2x_3\ \hat{e}_3\ )\cdot 10^{-5}\ cm$$

Calcular: a) el tensor W correspondiente al giro; b) el tensor ε de deformaciones; c) las componentes intrínsecas de la deformación experimentada por el vector:

$$\vec{v} = 2\,\hat{e}_1 - 2\,\hat{e}_2 + \hat{e}_3$$

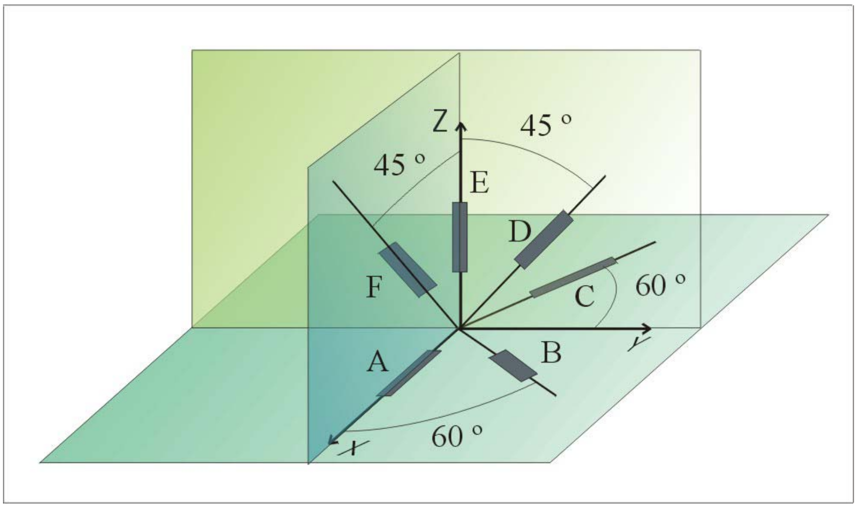
d) el giro correspondiente al vector anterior.

13. Las deformaciones principales para un punto material se han encontrado que son:

$$\varepsilon_I = 21 \quad \varepsilon_{II} = 15 \quad \varepsilon_{III} = 6$$

Con ayuda de los círculos de Mohr encuentre el valor de la máxima deformación cortante y la orientación de esta.

14. Mediante un sistema de galgas extensiométricas se han medido directamente las deformaciones que se indican en la figura y sus valores son: $\varepsilon_A = 6\cdot 10^{-3}$, $\varepsilon_B = 4.5\cdot 10^{-3}$, $\varepsilon_C = 3\cdot 10^{-3}$, $\varepsilon_D = 1.5\cdot 10^{-3}$, $\varepsilon_E = 0$ y $\varepsilon_F = 3\cdot 10^{-3}$. Determinar: a) el tensor de deformaciones; b) las deformaciones y direcciones principales; c) la representación de Mohr y sobre ella el esfuerzo ε_A .

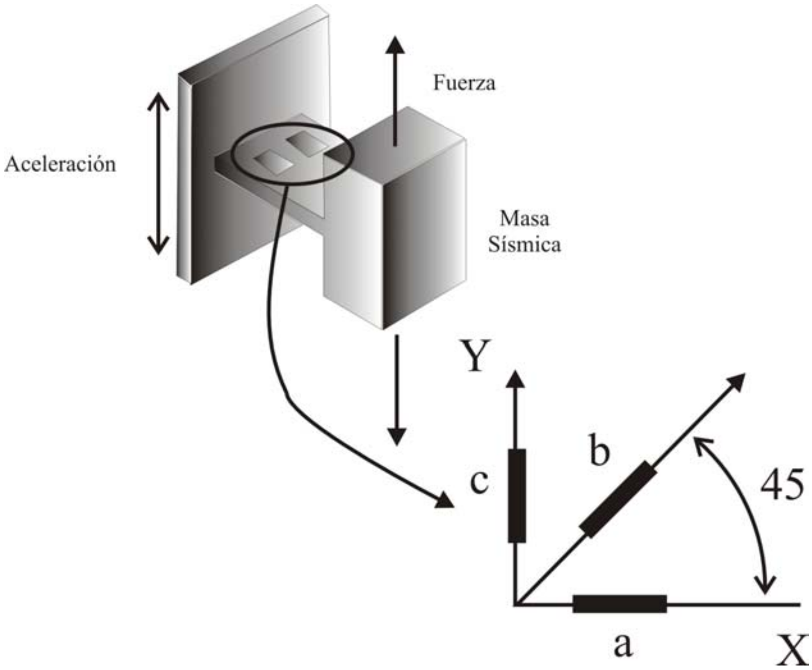


15. Demostrar que el estado de deformaciones en un punto de un material definido en coordenadas cartesianas en la forma:

$$\varepsilon_x = k(x^2 + y^2)\ ;\ \ \varepsilon_y = k(y^2 + z^2)\ ;\ \ \varepsilon_{xy} = k'\,xyz\ ;\ \ \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = \varepsilon_z = 0$$

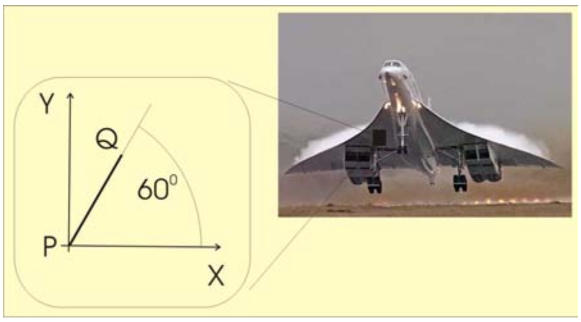
donde k y k' son constantes pequeñas y distintas de cero no es posible.

16. En un acelerómetro se han montado unas galgas extensiométricas tal y como muestra la figura. Las deformaciones medidas mediante la roseta de deformación son $\varepsilon_a = 0.003$, $\varepsilon_b = 0.001$ y $\varepsilon_c = -0.001$. Determine la deformación por esfuerzo cortante γ_{xy}. (2 puntos).



17. Un punto de la suspensión de apoyo MacPherson está sujeto a un estado de deformación plana $\varepsilon_x = -0.0088$, $\varepsilon_y = 0.0024$ y $\gamma_{xy} = -0.0036$. Determine la deformación máxima absoluta por esfuerzo cortante.

18. Dos puntos P y Q del ala del avión Concorde se encuentran separados 1 mm cuando el ala no está sometida a esfuerzo. En una condición particular de vuelo, el material que contiene estos dos puntos está sujeto a un estado de deformación dado por $\varepsilon_x = 0.003$, $\varepsilon_y = -0.002$ y $\gamma_{xy} = -0.006$. ¿Cuál es la distancia entre los puntos P y Q en el material deformado?

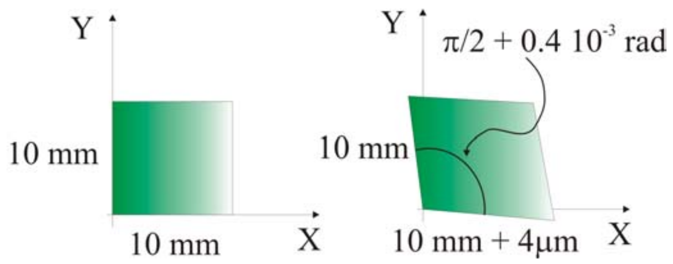


19. Sea el tensor de deformaciones en un material isótropo:

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & -6 \\ 0 & -6 & 10 \end{pmatrix}$$

calcule: a) el tensor octaédrico y desviador; b) Valores propios de los tres tensores; c) Invariantes del tensor desviador.

20. En un material en estado de deformación plana se sabe que el lado horizontal de un cuadrado de 10 mm x 10 mm se alarga en 4 μm, mientras que el lado vertical permanece constante; el ángulo en la esquina izquierda inferior aumenta en $0.4.10^{-3}$ rad. Utilizando el círculo de Mohr, determine: a) orientación de los ejes principales; b) deformaciones principales; c) deformación cortante máxima.



21. Para la deformación de la figura se pide: a) Tensor de deformaciones. b) Dibuje el círculo de Mohr y determine las deformaciones principales con ayuda del mismo. c) Calcule con ayuda del círculo las deformaciones normal y tangencial según los planos de máxima deformación tangencial y de un plano que forma 60º con el eje X1.