

CÁLCULO NUMÉRICO I.T.I.S. Examen de diciembre de 2008

Apellidos:

Nombre:

1. Se considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{pmatrix} 4 & -3 & 8 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 6 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

- a) **(0.75)** Compruebe que existe alguna permutación de las líneas de la matriz asociada del sistema que permita asegurar la convergencia del método de Gauss-Seidel, es decir, explique por qué podemos asegurar que el método converge.
- b) **(1)** Escriba la ecuación matricial del método de Gauss-Seidel, y con la aproximación inicial $x^{(0)} = (10, 1, 0)^t$ calcule solamente $x^{(1)}$.
2. **(1.5)** Utilice el método de iteración funcional o de punto fijo para calcular una solución positiva de la ecuación $x^3 = x^2 + x + 1$, para ello transforme la ecuación dada sin aplicar radicales, tome $x_0 = 1$ y calcule hasta x_7 . Muestre los cálculos y el resultado con 3 cifras decimales.
3. Sea A una matriz cuadrada real.
- a) **(1)** ¿Qué es el radio espectral de A ? ¿Cómo se calcula? ¿Conoce algún método que permita calcularlo de forma aproximada? Explique el método.
- b) **(0.5)** Si A tiene un valor propio estrictamente dominante, ¿puede ser complejo? ¿Por qué?
- c) **(0.5)** Si A tiene un valor propio dominante real, ¿puede tener otro valor propio dominante que sea complejo? ¿Por qué?
4. **(1.5)** Sea la función

$$s(t) = \begin{cases} s_1(t) & \text{si } t \in [-1, 0] \\ s_2(t) = 2 - k(t-1)^3 & \text{si } t \in [0, 1]. \end{cases}$$

Calcule $s_1(t)$ y k para que la función $s(t)$ sea un spline cúbico natural con nodos $-1, 0$ y 1 , para ello elija el valor de k que verifique $s(-1) = 1$.

5. **(1.5)** Se desea aproximar la integral $\int_{\pi}^{2\pi} 1 - \cos x \, dx$. Evalúe el integrando en 5 puntos para obtener sendas aproximaciones de la integral mediante los métodos de los trapecios y de Simpson.
6. **(1.75)** Con la siguiente orden

$$\text{Expand} \left[\text{InterpolatingPolynomial} \left[\{0, \{1\}\}, \{-1, \{1, \frac{1}{2}\}\}, \{3, \{-1, \frac{-1}{2}\}\}, x \right] \right]$$

Mathematica da un resultado de forma inmediata. Interprete la orden y resuelva el ejercicio.

Puntuación de las preguntas: Se indica en cada apartado.

Tiempo: 3 horas.

Las prácticas forman parte de la asignatura, anecdóticamente se refleja en el ejercicio 6.
