

Tema 2.Lógica Proposicional.

2.1. Introducción. Lenguaje

A este nivel de simbolización, se considera el lenguaje formado por:

- Enunciados simples o proposiciones atómicas.
- Conectivas.

Una proposición atómica se define como la unidad mínima del lenguaje con significado propio.

- Enunciado de acción: Llueve, hace calor,...
- Enunciado de atribución de propiedades: Juan es alto, la casa es roja,...
- Enunciado de relación: Juan es amigo de Pepe, Pepe es del Betis,...

Los elementos del Juan o Pepe no tienen contenido propio de información, luego no son proposiciones atómicas a no ser que se integren en otras expresiones más complejas.

Es posible construir proposiciones más complejas a partir de las proposiciones atómicas utilizando conectivas como negación, conjunción, disyunción, condicional y equivalencia.

Luego la lógica proposicional está compuesta por dos clases de símbolos.

- Letras de variables para representar proposiciones atómicas: p, q, r, \dots
- Símbolos para representar conectivas:
 - Negación \neg
 - Conjunción \wedge
 - Disyunción \vee
 - Condicional \rightarrow
 - Equivalencia \leftrightarrow

- Símbolos auxiliares: $(,), [,]$

2.2. Sintaxis

A partir de los símbolos anteriores podemos describir frases del tipo
Si llueve y me mojo, entonces, o toco el piano y llamo a Juan, o voy
al cine

$$p \wedge q \rightarrow (r \wedge s) \vee t$$

Una fórmula sintácticamente correcta se define de acuerdo a las siguientes reglas:

1. Las letras proposicionales p, q, r, \dots son fórmulas bien escritas.
2. Si A y B son dos fórmulas bien escritas entonces también lo son:

$$\neg A, \neg B, A \wedge B, A \vee B, A \rightarrow B, A \leftrightarrow B$$

3. Sólo son fórmulas bien escritas o sintácticamente correctas las que verifican los puntos 1 y 2.

Para resolver la interpretación de las relaciones entre conectivas y letras proposicionales se definen las siguientes reglas:

1. Una conectiva afecta a las letras proposicionales inmediatas o a los conjunto de letras y símbolos inmediato a ellas entre paréntesis.
2. Para evitar un exceso de paréntesis se define una jerarquía entre conectivas (de mayor a menor jerarquía)

(a) \neg

(b) \wedge, \vee

(c) $\rightarrow, \leftrightarrow$

En caso de encontrar varias conectivas con igual jerarquía se resuelve dando prioridad de izquierda a derecha.

2.3. Ejemplos de formalización de frases

- Si una sustancia orgánica se descompone, sus componentes se transforman en abono y fertilizan el suelo.
- Yo soy malayo o pigmeo sólo si tu eres capaz de beberte una cerveza.
- El gran oso negro nadaba perezosamente por el camino de abajo.
- Dos de cada tres mujeres son pares.
- Sólo el que lo intenta puede alcanzar sus sueños.
- La lógica matemática es fundamental en el desarrollo de la informática de la misma forma que las matemáticas discretas son fundamentales en la teoría de la comunicación.