SISO-GPCIT

GENERALIZED PREDICTIVE CONTROL

INTERACTIVE TOOL FOR SISO SYSTEMS



Authors: José Luis Guzmán Manuel Berenguel Sebastián Dormido Referencia al internal report:

GPCIT - Generalized Predictive Control Interactive Tool¹.

© José Luis Guzmán*, Manuel Berenguel*, Sebastián Dormido**

* Universidad de Almería, Dpto. de Lenguajes y Computación, Área de Ingeniería de Sistemas y Automática, Ctra. Sacramento s/n, 04120 Almería, Spain. Tel. +34 950 015683, Fax. +34 950 015129, E-mail: [joguzman,beren]@ual.es.

** Universidad Nacional de Educación a Distancia, D
pto. de Informática y Automática, Avda. Senda del Rey n.7, 28040, Madrid, Spain. Tel
.+3491 ——-, Fax.+3491 ——- , E-mail: s
dormido@dia.uned.es

¹submitted to IEEE Control Systems Magazine - 2003

Contents

1	Inti	oducción	1
2	Sec	ciones de la herramienta	3
	2.1	Gráficas	3
	2.2	Sección de parámetros	11
	2.3	Menús	16
3	Eje	mplos	19
	3.1	Ejemplo sencillo sin restricciones	19
	3.2	T-polynomial	20
	3.3	Constraints	22
		3.3.1 Restricciones físicas y de seguridad	22
		3.3.2 Restricciones de rendimiento	24
		3.3.3 Restricciones y estabilidad	27
		3.3.4 Combinación de restricciones	28
	3.4	Estabilidad	30

CONTENTS

List of Figures

2.1	Herramienta completa	4
2.2	Planta + Modelo	5
2.3	Ejemplo modificación de N2	5
2.4	Ejemplo modificación de consigna	6
2.5	Ejemplo de incorporación de perturbaciones	6
2.6	Ejemplo de modificación de restricciones en Y	7
2.7	Salida e incremento de la entrada	8
2.8	Modificación de Nu	8
2.9	Restricciones de amplitud de salida e incremento de salida	8
2.10	Localización de polos y ceros en S y Z	9
2.11	Modificación de tiempo final de simulación	10
2.12	Escalado de la salida	10
2.13	Escalado de localización de polos y ceros	10
2.14	Valores en barra de tareas	11
2.15	Control de parámetros	11
2.16	Adición de polos	12
2.17	Modificación del retardo	13
2.18	Sliders sobre parámetros de control	13

2.19	Modificación cambios de consigna	14
2.20	Ejemplo restricción tipo banda	15
2.21	Ejemplo restricción Final State	15
2.22	Ejemplo de clipping	15
2.23	Menú Settings	16
2.24	Visualización de métodos de discretización	17
2.25	Cuadro de diálogo para modificar Función de Transferencia	17
3.1	Simple Example. Initial Configuration	20
3.2	Modificación parámetros de control	20
3.3	Rechazo a perturbaciones. Polinomio T	21
3.4	Planta inestable. Restricción en salida	22
3.5	Planta inestable. Restricción en entrada	23
3.6	Restricción de fase no mínima.	25
3.7	Restricción de comportamiento monótono	25
3.8	Restricción de sobreoscilación.	26
3.9	Restricción tipo banda.	27
3.10	Salida inestable. Sin CRHPC	28
3.11	Activación de CRHPC	29
3.12	Modificación de λ en CRHPC.	29
3.13	Combinación de restricciones	30
3.14	Estrategia GPC_{∞} .	31
3.15	Teorema estabilidad de Zhang 1	32
3.16	Teorema estabilidad de Zhang 2	33

List of Tables

LIST OF TABLES

Chapter 1

Introducción

SISO-GPCIT (Single Input Single Output Generalized Predictive Control Interactive Tool) es una herramienta interactiva orientada a la educación en control y que ha sido desarrolla con Sysquake ([7]). Su objetivo es servir de apoyo a los alumnos para el estudio de los conceptos esenciales referentes a Control Predictivo Generalizado (GPC)[2],[3]. En ella el estudiante puede poner en práctica los conocimientos adquiridos sobre esta técnica de control haciendo uso de ejemplos sencillos sin restricciones, estudiando situaciones de robustez frente a errores de modelado y rechazo a perturbaciones, incorporando restricciones, estudio de los de estabilidad, etc... Esta herramienta ayuda al alumno a comprender la teoría subyacente bajo esta famosa estrategia de control de forma interactiva. Es posible observar como se ve afectada la respuesta del sistema en bucle cerrado debido a los cambios de los distintos parámetros de diseño tales como los factores de ponderación $\lambda y \delta$, los horizontes de control y predicción, el periodo de muestreo, el bien conocido polinomio T, etc... De la misma forma a la vez que se modifican tales parámetros es posible ir incorporando restricciones al sistema en bucle cerrado, etc...

Este documento es un tutorial de la herramienta que en su segundo capítulo presenta una descripción sobre las partes de la misma y su funcionamiento. Una vez que el usuario se familiarice con ésta, en el siguiente y último capítulo, se muestran un conjunto de ejemplos que son presentados de manera incremental en función de su complejidad, y que tienen como objetivo hacer comprender y poner en práctica los conocimientos del alumno. Tales ejemplos se encuentran disponibles en la herramienta.

Chapter 2

Secciones de la herramienta

En la herramienta se pueden encontrar tres grupos de elementos perfectamente diferenciados: gráficas, sección de parámetros y menús. El primero de ellos es el formado por las distintas gráficas que muestran la salida y entrada del sistema, perturbaciones, consignas y localización de polos y ceros para el modelo y para la planta en el plano s y z. Sobre estas gráficas es posible modificar gran cantidad de parámetros interactivamente: horizontes de control, escalado de las gráficas, localización de polos y ceros, valor de restricciones, etc... El segundo grupo permite modificar los parámetros de control, de simulación, de la planta y modelo, así como las restricciones establecidas al sistema, entre otras opciones. El tercer y último grupo es el referente al menú *Settings*, desde el cual se da la posibilidad de modificar el método de discretización, el valor del tiempo de muestreo, el polinomio de diseño T, la función de transferencia de la planta y el modelo, selección de escalado automático o manual, acceso a un tutorial y una serie de ejemplos. Una visualización general de la herramienta se puede observar en la imagen 2.1. A continuación se comentan los distintos grupos de elementos de la herramienta

2.1 Gráficas

En esta parte de la herramienta se muestran gráficamente la salida del sistema, la señal de control y la localización de polos y ceros de la planta y el modelo tanto en s con en z.

En primer lugar se puede observar la gráfica de la **salida del sistema**, que se muestra en la esquina inferior izquierda de la figura 2.1 con el nombre de *Constraints y*. En ella se visualizan una serie de elementos diferenciados por su forma y color, y que son comentados a continuación:

• Se representan dos salidas del sistema, la de la *planta real* en color verde-azulado y la del *modelo* en color naranja. Esta distinción abre la posibilidad de analizar la respuesta



Figure 2.1: Herramienta completa

CHAPTER 2. SECCIONES DE LA HERRAMIENTA

4

2.1. GRÁFICAS

del sistema frente a errores de modelado permitiendo estudiar técnicas de diseño de control predictivo robusto (ver figura 2.2).



Figure 2.2: Planta + Modelo.

• Existen dos líneas verticales discontinuas y de color azul, que representan los horizontes de predicción N_1 y N_2 . Para modificar el valor de cualquiera de ellos basta con situar el ratón sobre el horizonte a modificar, y manteniendo el botón izquierdo pulsado desplazarlos hacia la izquierda o derecha, para aumentar o disminuir su valor. Un ejemplo de modificación del horizonte se muestra en la figura 2.3, donde se observa como la salida del sistema se ve afectada debido al cambio de N2 desde un valor de 4 a 8 instantes de muestreo.



Figure 2.3: Ejemplo modificación de N2

• Otro elemento es la consigna del sistema que se muestra en color violeta en forma de escalón. En el instante de tiempo donde se produce el cambio de amplitud, se puede observar un pequeño círculo del mismo color. Utilizando este círculo es posible modificar tanto la amplitud como el instante de cambio del escalón, de la misma forma que para los horizontes de predicción, es decir, manteniendo el botón izquierdo del ratón pulsado sobre el círculo y desplazándolo vertical (modificación de amplitud) u horizontalmente (modificación de instante de cambio). Una modificación de la consigna se puede observar en la figura 2.4.



Figure 2.4: Ejemplo modificación de consigna

• Sobre la recta y = 0 se observan un conjunto de pequeños círculos que representan las perturbaciones no medibles en forma de escalón, impulso y ruido. Los círculos de color negro representa los escalones, los de color rojo los impulsos y el de color verde el ruido. Modificando su posición vertical se varia la amplitud de la perturbación seleccionada, y modificando su valor horizontal el instante donde ocurre tal perturbación. La activación de las perturbaciones de escalón e impulso es inmediata, sin embargo, para que la señal de ruido tenga efecto debe ser indicado desde un *checkbox* en el bloque de control de parámetros como se comentará en la sección posterior. Un ejemplo de incorporación de perturbaciones se puede observar en 2.5. Como muestra la figura se han introducido dos perturbaciones en forma de escalón en los instantes 13 y 24 con amplitudes de 0.293 y 0.007 respectivamente. En el instante 29 se introduce un impulso de amplitud 0.493 y finalmente se activa una señal de ruido de amplitud 0.1943 en el instante de muestreo 35. La suma de todas ellas es mostrada con una señal discontinua de color negro.



Figure 2.5: Ejemplo de incorporación de perturbaciones

• El resto de elementos modificables desde la gráfica son las restricciones de amplitud de salida, estado final y tipo banda. Cuando tales restricciones son activadas desde los *checkbox* correspondientes (ver sección 2.2) sus valores aparecen en forma de líneas horizontales, verticales o curvas respectivamente, pudiendo modificar su valor

2.1. GRÁFICAS

desplazándolas vertical (amplitud y tipo banda) u horizontalmente (estado final). La modificación de la restricción tipo banda se realiza haciendo uso de los círculos que aparecen al final de las curvas, mientras que las líneas de las restricciones restantes son modificables desde cualquier punto de las mismas, como se comentó anteriormente para los horizontes de predicción. La restricción de amplitud de salida se muestra con dos líneas horizontales de color rojo (figura 2.6 a), la de estado final con dos líneas verticales de color celeste (figura 2.6 b) y las de tipo banda con dos curvas del mismo color, y con la forma de la respuesta de un sistema de primer orden frente a una entrada en escalón (figura 2.6 c).



Figure 2.6: Ejemplo de modificación de restricciones en Y

Otras de las gráficas que muestra la herramienta son la visualización de la **entrada** del sistema o salida del controlador y el incremento de la misma (resultado de la minimización de la función objetivo de GPC). Tales gráficas son las que aparecen en la figura 2.1 con los nombres de *Constraints in U* y *Constraints in DU* respectivamente. Los distintos elementos que se muestran en estas gráficas son:

- La entrada del sistema es representada en color verde claro, mientras que el incremento en marrón como se observa en las figuras $2.7 a \ge 2.7 b$ respectivamente.
- En ambas gráficas aparece una línea vertical de color fusia que representa el *horizonte* de control. Para modificar su valor basta con situar el ratón encima de la línea, y manteniendo el botón izquierdo del ratón pulsado desplazarla hacia la izquierda o derecha para decrementar o aumentar su valor respectivamente. Un ejemplo de modificación de su valor de 3 instantes de muestreo a 9 se muestra en la figura 2.8.
- Cuando las restricciones de amplitud de entrada e incremento de entrada son activadas o bien se activa la saturación o *clipping*, sus valores máximo y mínimo se reflejan con dos líneas horizontales en ambas gráficas, de la misma forma que la restricción de amplitud de salida lo hacía en la gráfica *Constraints in Y*. Así, modificando la posición de las rectas horizontalmente varía el valor de las restricción asociada. Tales rectas se pueden observar en la figura 2.9.





Figure 2.9: Restricciones de amplitud de salida e incremento de salida

Las otras dos gráficas pendientes de comentar son las que visualizan la **localización de polos y ceros** tanto de la planta como del modelo en s y en z (figura 2.10) así como las raíces del polinomio del diseño T y los polos del sistema en bucle cerrado. Estas gráficas poseen los nombres de *Transfer Function* y *Discrete-Time Poles*. Los polos son representados con un aspa \times y los ceros con un círculo \circ . Los polos y ceros de la planta son de color verdeazulado

2.1. GRÁFICAS

y los del modelo naranja, correspondiéndose con los colores de las salidas comentados en la figura 2.2. Los polos del sistema en bucle cerrado son mostrados en el plano z en color azul y las raíces del polinomio T son representadas con cuadros de color negro. La localización de los polos y ceros es posible modificarla sobre el plano s. Para ello basta con situar el ratón sobre el polo o cero deseado y, manteniendo el botón izquierdo del ratón pulsado, desplazarlo hacia el lugar deseado. Conforme la localización del polo o el cero está siendo modifica en s, se ve reflejado automáticamente en z y en la respuesta del sistema. Respecto al paso de tiempo continuo a tiempo discreto están disponibles varios métodos que pueden ser seleccionados a través del menú *Settings*, como se muestra en la sección 2.3.



Figure 2.10: Localización de polos y ceros en S y Z

En las gráficas *Constraints Y*, *Constraint U* y *Constraint DU* existen tres elementos que no han sido comentados, dos triángulos de color rojo y uno de color verde, que dan la posibilidad de modificar el **tiempo final de simulación** y el **escalado del eje de ordenadas**. El triángulo rojo cercano al eje de abcisas permite al usuario modificar el tiempo final de simulación. Pulsando con el botón izquierdo del ratón a la derecha del triángulo se producirá un aumento del tiempo, y pulsado a su izquierda una disminución. Cuando es modificado en alguna de las tres gráficas, el valor se actualiza de forma inmediata en las dos restantes. Un ejemplo se puede observar en la figura 2.11.

Los triángulos verde y rojo que se encuentran en la parte derecha de cada gráfica permiten modificar la escala del eje de ordenadas. Pulsando en la parte superior del triángulo rojo aumenta la escala desde el valor actual del triángulo hasta un cierto valor por encima. Si se pulsa en la parte inferior del mismo la escala disminuye de la misma forma. Para el triángulo verde el funcionamiento es simular solamente que su funcionalidad está invertida, si se pulsa en su parte inferior la escala aumenta y si se pulsa en su parte superior la escala disminuye. Otra forma de utilizar estos triángulos es situarse con el ratón sobre ellos y, manteniendo el botón izquierdo pulsado desplazarlos hacia el lugar deseado; izquierda o derecha para modificar el tiempo de simulación, y arriba o abajo para modificar la escala. En la figura 2.12 se presenta un ejemplo de su utilización.

En las gráficas de localización de polos en s y en z también aparece un pequeño triángulo rojo en el eje de abcisas. Pulsando a la derecha del triángulo se produce un aumento de la escala, y pulsando a la izquierda una disminución de la misma. Un ejemplo de cambios de



(b) T. simulación de 80 instantes de muestreo







Figure 2.13: Escalado de localización de polos y ceros

escala se puede observar en la figura 2.13.

Para finalizar esta sección queda por comentar que para todos los elementos manipulables existentes en las diferentes gráficas, cuando se sitúa el ratón sobre ellos su valor es mostrado en el la **barra de tareas** de la herramienta. Para ciertos elementos solamente se muestra su valor como es el caso de los horizontes de predicción y de control, valor de polos y ceros,

2.2. SECCIÓN DE PARÁMETROS

restricciones, etc..., mientras que para otros se muestra su valor y el instante de tiempo donde se alcanza el mismo, como es el caso de las perturbaciones. Un ejemplo de ambos se muestra a en la figura 2.14.



Figure 2.14: Valores en barra de tareas

2.2 Sección de parámetros

Como se comentó anteriormente esta sección de la herramienta permite modificar la gran mayoría de los parámetros de la misma, así como activar o desactivar una serie de opciones que muestran en la figura 2.15. Se distinguen 4 categorías: *Process parameters, control and simulation parameters, Constraints y Others.*

				Control Paran	neters		
				Tm: 0.1		Delta:1 🛛	
				Lambda: 1		Zeros T: 0	
Selection:	Model	O Plant	O Both	Simulation Pa Nend: 40	rameters	SP: 1	
Mode:	Move	🔿 Add	○ Remove	Others		Constraints	
Gp(s):	Poles	○ Zeros Delays:	○ Integrator	Clipping	U Overshoot	DU	U Y Dus U NMP
Model: 0	-	Plant: 0			Final state	Integral	Y Band
				Integral: 10		Ni: 4	
				TYMax: 9.5		TYMin: 9.5	
				Gamma: 1.1			

Figure 2.15: Control de parámetros

La primera de las categorías, **Process parameters**, es la mostrada en la parte izquierda de la figura 2.15. Desde ella es posible modificar las dinámicas tanto del modelo y como de la planta. En primer lugar se observan un conjunto de *radiobuttons* con los que es posible modificar, añadir o eliminar los polos, ceros e integradores del modelo o de la planta. Como se observa en la figura los radiobuttons se encuentran divididos en tres bloques, el primero de ellos indica el objetivo sobre el que se realizarán los cambios (modelo, planta o ambos), el segundo la operación a realizar (mover, añadir o eliminar) y el tercero el elemento de la operación (polo, cero o integrador). El uso de esta sección consiste en seleccionar la opción deseada en cada uno de los tres grupos y llevarla a cabo sobre la gráfica *Transfer function*. Por ejemplo, para añadir un polo a la planta bastaría con seleccionar en el primer grupo la opción *Plant*, en el segundo *Add* y en el tercero *Poles*. Tras ello se sitúa el ratón en la localización en la que se desea realizar la insercción sobre la gráfica del plano s y se hace un click con el botón izquierdo del ratón. Este ejemplo se observa en la figura 2.16.



Figure 2.16: Adición de polos

En la parte inferior de los radiobuttons se observan dos *sliders* que permiten modificar el retardo del modelo y la planta independientemente. El uso de los sliders consiste en pulsar con el botón izquierdo del ratón a la derecha o a la izquierda de la pequeña barra vertical de color negro que aparece en cada uno de ellos, y así aumentar o decrementar el valor respectivamente. Otra forma de uso es situar el ratón encima de la barra vertical, y manteniendo el botón izquierdo del ratón pulsado, desplazarla a la izquierda o a la derecha. Un ejemplo de modificación del retardo se muestra en la figura 2.17, donde se produce un cambio en el retardo del modelo de 1.1 a 1.4 instantes de muestreo.

Otra de las categorías es **Control and simulation parameters**, mostrada en la parte superior derecha de la figura 2.15 que permite al usuario modificar los parámetros de control y de simulación. El primer grupo de esta categoría es *Control parameters*, que como su propio nombre indica permiten manejar los parámetros de control asociados al GPC: λ (factor

12



Figure 2.17: Modificación del retardo

de ponderación de control), δ (factor de ponderación de error), Tm (tiempo de muestreo) y polinomio T (polinomio de diseño para robustez y rechazo de perturbaciones). Estos parámetros se observan en la figura 2.18. El efecto de la variación de tales parámetros se estudiará en la sección de ejemplos.

Control Parameters		
Tm: 0.2	Detta: 0.9	
Lambda: 3.2	Zeros T: 0	

Figure 2.18: Sliders sobre parámetros de control

El otro grupo de esta categoría es Simulation Parameters, desde el cual es posible modificar el tiempo final de simulación (Nend) y el número de cambios en la referencia (SP). Respecto al primero de ellos, un aumento o disminución del tiempo de simulación causa el mismo efecto que si tal cambio se realiza desde las gráficas haciendo uso del triángulo rojo situado sobre el eje de abcisas, como se comentó en la sección anterior (figura 2.11). Así, cuando este parámetro se modifica desde las gráficas se actualiza inmediatamente en el valor del sliders y viceversa. El otro slider permite modificar el número de cambios de consigna, de forma que cada vez que se aumenta o disminuye este valor, los cambios de referencia quedan reflejados en la gráfica Constraints y sobre la señal de la referencia pintada de color morado. La figura 2.19 muestra el resultado de pasar de uno a tres puntos de referencia. Como queda reflejado en la figura, cada vez que se incorpora un nuevo salto de consigna se genera un nuevo circulo en el instante donde se produce un cambio de amplitud. Desplazando estos pequeños círculos hacia arriba o abajo y a la izquierda o derecha se pueden modificar las amplitudes y los instantes de cambio (figura 2.4).

La siguiente categoría es **Constraints** que se corresponde con el conjunto de *checkboxes* situados debajo del título *Constraints* en la figura 2.15 así como los sliders que se encuentran en la parte inferior de éstos. Este conjunto de checkboxes permiten activar las distintas restricciones a las que se puede someter al sistema y que se son soportadas por *GPC*. La correspondencia de las siglas y los nombres completos de las restricciones son mostrados en la tabla 2.1. El estudio del control predictivo con restricciones se verá más detalladamente en la sección de ejemplos, procediendo a continuación a explicar como se activan y modifican las distintas restricciones sobre la herramienta.



() ---- F -----

Figure 2.19: Modificación cambios de consigna

Nombre checkbox	Nombre restricción		
U	Restricción de amplitud de entrada		
DU	Restricción de amplitud de incremento de entrada		
Y	Restricción de amplitud de salida		
Overshoot	Restricción de sobreoscilación a la salida		
Monotonous	Comportamiento monótono. Evitar fenómeno kick-back		
NMP	Restricción para evitar fase no mínima		
Final State	Restricción estado final. Error nulo en instante deseado		
Integral	Restricción de valor de integral		
Y Band	Valor de salida entre una banda determinada		

Table 2.1: Listado de restricciones. Correspondencia con checkbox.

Al activar las restricciones U, DU, Y, Final state e Y Band, se muestra de manera instantánea su valor en forma de líneas horizontales o curvas (para restricción tipo banda) en la gráfica correspondiente. Las primeras aparecerán en Constraints U y Constraints DU respectivamente, y las tres últimas en Constraints Y como se comentó en la sección anterior. Unos ejemplos de las mismas son mostrados en las figuras 2.6 y 2.9. Las curvas de la restricción tipo banda están aproximadas con la respuesta de un sistema de primer orden frente a un escalón. La ganancia de tales curvas es posible modificarla haciendo uso de los círculos situados en la parte derecha de las mismas (figura 2.6c). Para modificar la constante de tiempo de cada una de ellas se utilizan los sliders TMax y TMin para la curva superior e inferior respectivamente. Estos sliders representan el parámetro a para un sistema de primer orden cuya función de transferencia viene dada de la forma $G(s) = \frac{\frac{b}{a}}{\frac{1}{a}s+1}$. Un ejemplo se muestra en la figura 2.20.

De la misma forma, para las restricciones *Overshoot* o *Integral* existen una serie de slider que permiten modificar el valor de los parámetros asociados a cada una de ellas. Para la



(a) Estado inicial. Tmax = 9.5, Tmin = 9.5 (b) Estado final. Tmax = 24.4, Tmin = 18.5

Figure 2.20: Ejemplo restricción tipo banda



Figure 2.21: Ejemplo restricción Final State

restricción de *Overshoot* se puede observar en el conjunto de sliders del bloque de restricciones un parámetro denominado *Gamma* el cual es un factor de ponderación que permite regular el tanto por ciento de sobreoscilación que se desea que tenga la variable a controlar. Para la restricción *Integral* existen dos sliders que permiten modificar el valor que se desea que alcance la integral de la variable controlada (*slider Integral*) y el horizonte para el cual se desea que se cumpla tal restricción (N_i) .



Figure 2.22: Ejemplo de clipping

Al activar la restricción de Final State se incorporan dos líneas verticales de color celeste

en la gráfica Constraints in y que representa el horizonte $[N_m, N_m + m]$ para el cual se desea error nulo (figura 2.21). Por último las dos restricciones restantes, Monotonous y NMP, al activarse indican que se desean evitar los comportamientos kick-back y de fase no mínima respectivamente.

Notar que cada vez que se activan las restricciones, éstas son introducidas a un optimizador que trata de minimizar la función de coste J del GPC sometida a tales restricciones.

La última de las categorías es **others** formada por dos checkboxes. Uno de ellos está asociado al parámetro *clipping* que permite activar la incorporación de saturación en la salida del controlador, utilizando las mismas líneas horizontales que para las restricciones $U ext{ y } DU$. Un ejemplo se muestra en la figura 2.22 (en secciones posteriores se observará la diferencia entre utilizar estas restricciones a la salida del controlador y utilizar la saturación). El otro checkbox denominado dk activa la perturbación en forma de ruido incorporada a la salida del sistema. El pequeño círculo verde que se observa en la recta y = 0 de la gráfica *Constraints in Y*, permite modificar el instante de tiempo y la amplitud de la perturbación en forma de ruido, pero ésta solamente tendrá efecto cuando el checkbox en cuestión sea activado.

2.3 Menús



Figure 2.23: Menú Settings

2.3. MENÚS

La tercera y última sección de la herramienta es el *menú Settings*, que se encuentra en la barra de menús de la herramienta. Para acceder a las opciones que ofrece basta con pulsar con el botón izquierdo del ratón sobre el mismo, y se obtendrá el resultado mostrado en la figura 2.23.







(c) Método Forward Rectangle

(a) Método Zero-Order Hold

(b) Método Backward Rectangle

Figure 2.24: Visualización de métodos de discretización

		×
Transfer Eurotion(fours) [des])		
mansier Function((num),(den))		
In a second second		
[0.4,11.1572],[1,2.2314]		
	Cancel	UK

Figure 2.25: Cuadro de diálogo para modificar Función de Transferencia

Como se observa en la figura el menú consta de cuatro apartados diferenciados por una barra horizontal. El primero de ellos presenta los distintos métodos de discretización disponibles: Zero-Order Hold, Bilinear, Bilinear with Prewarping, Forward Rectangle, Backward Rectangle y Pole/Zero Matching. El método por defecto es Zero-Order Hold. En cualquier momento es posible cambiar de método, y los distintos elementos de la herramienta se actualizarán en función del cambio realizado. Además, en la gráfica Discrete-Time Poles se muestra en color amarillo la zona donde el método seleccionado asegura que se localizarán los polos al discretizar. Un ejemplo se muestra en la figura 2.24. El segundo grupo que contiene el menú posee las opciones de: Continuos Transfer-Function Model..., Continuos Transfer-Function Plant..., T Polynomial... y Sample Time.... Es sabido por adelantado, debido a los tres puntos suspensivos al final de cada opción, que al seleccionar alguno de estos elementos se mostrará un cuadro de diálogo que permitirá realizar una operación concreta. Al seleccionar algunas de las dos primeras opciones se mostrará un cuadro de diálogo que permitirá introducir o modificar la función de transferencia en tiempo continuo del modelo y de la planta, en forma vectorial según la filosofía de Matlab. Un ejemplo de este diálogo se muestra en la figura 2.25. Las otras dos opciones muestran dos cuadros de diálogo donde en lo referente al polinomio de diseño T se puede introducir el valor deseado para dicho polinomio en forma vectorial, y en el caso del tiempo de muestreo se muestra su valor actual dando la posibilidad de modificarlo.

El tercer grupo de opciones mostradas en el menú son una batería de ejemplos que permiten estudiar distintas situaciones de control y que serán comentados uno por uno en la siguiente sección. El último conjunto de opciones muestra tres elementos. Los dos primeros son relativos a posibilidades de visualización: *Autoscale* para activar o desactivar el escalado automático y *Show close-loop poles* que activa o desactiva la visualización de los polos del sistema en bucle cerrado. El último de ellos *Tutorial* abre una página web, utilizando el navegador por defecto, que muestra este tutorial en formato html y pdf.

Chapter 3

Ejemplos

Este capítulo tiene como objetivo mostrar una serie de ejemplos que permitan al alumno estudiar, practicar y comprender los conocimientos adquiridos sobre *GPC*. Tales ejemplos son presentados de manera incremental en función de su complejidad encontrándose todos ellos disponibles en el menú *Settings* de la herramienta como se comentó en secciones anteriores.

3.1 Ejemplo sencillo sin restricciones

Este es un sencillo ejemplo extraído de [1] sobre el cual se pretende estudiar como afecta la variación de los parámetros de sintonización de GPC $(N_1, N_2, N_u, \lambda, \delta)$ para el caso sin restricciones. El proceso viene dado por la planta:

$$(1 - 0.8z^{-1})y(t) = (0.4 + 0.6z^{-1})u(t - 1) + \frac{e(t)}{\Delta}$$
(3.1)

....

Donde $C(z^1)$ ha sido establecida a 1 (caso sin ruido), los horizontes de control y simulación a $N_1 = 1$, $N_2 = 3$, $N_u = 3$ y como factores de ponderación $\lambda = 0.8$ y $\delta = 1$. Para esta configuración de parámetros se obtiene como resultado la salida obtenida en la figura 3.1.

Modificando los valores de los parámetros sobre la interfaz se pueden estudiar sus efectos. La figura 3.2 (a) muestra el efecto de disminuir el horizonte de control en dos instantes de muestreo, mientras que la figura 3.2 (b) presenta el resultado para la configuración $N_1 = 1$, $N_2 = 5$, $N_u = 1$, $\lambda = 10$ y $\delta = 1$.

Este ejemplo es un excelente punto de partida para poner en práctica los conocimientos básicos sobre GPC.



Figure 3.1: Simple Example. Initial Configuration.



Figure 3.2: Modificación parámetros de control

3.2 T-polynomial

Como ya ha sido comentado por un gran número de autores [3],[8],[5], el uso del polinomio T da lugar a un control predictivo más robusto en la presencia de errores de modelado y a su vez lo hace más tolerante frente al rechazo de perturbaciones. Un ejemplo donde se observa el rechazo a perturbaciones se puede encontrar en [3] estando disponible en la herramienta con el nombre de *T-polynomial*. La planta viene dada por $G(z^{-1}) = \frac{0.1z^{-1}+0.2z^{-2}}{1-0.9z^{-1}}$ y para una configuración de parámetros $N_1 = 1$, $N_2 = 10, N_u = 1$, $\lambda = 0$ y $\delta = 1$ se obtiene la respuesta mostrada en la figura 3.3 (a). Haciendo uso de la herramienta se incorporan dos perturbaciones, una en forma de escalón con una amplitud de 0.25 en el instante de tiempo 34

3.2. T-POLYNOMIAL

y otra en forma de ruido aleatorio en el instante 77, donde para un valor de T = 1 se obtiene el resultado de la figura 3.3 (b). En ella se observa como el error frente al cambio de carga es corregido rápidamente pero sin embargo la señal de control posee una alta varianza dando lugar a oscilaciones continuas en la salida. Para mejorar este comportamiento se establece $T = 1-0.8z^{-1}$, donde ahora la eliminación del error por el cambio en la carga es más lento que en el caso anterior como se observa en la figura 3.3 (c) pero la varianza en la señal de control se ha reducido notablemente originando una señal de salida bastante menos oscilatoria.



(c) Salida con perturbaciones. $T = 1 - 0.8z^{-1}$

Figure 3.3: Rechazo a perturbaciones. Polinomio T.

3.3 Constraints

Una de las grandes potencias del control predictivo es la posibilidad de incorporar restricciones al proceso. Éstas pueden estar asociadas a limitaciones físicas o de seguridad, e incluso ser utilizadas para restringir los valores de las variables de la planta para alcanzar ciertos objetivos de rendimiento. La naturaleza de GPC permite anticiparse a la violación de restricciones, que pueden incluso llegar a inestabilizar el sistema. A continuación se muestran una serie de ejemplos que permiten estudiar tales restricciones.

3.3.1 Restricciones físicas y de seguridad

Dentro de este grupo se encuentran las restricciones que afectan a las amplitudes de las variables de entrada y salida del proceso. Para mostrar los resultados de estas restricciones se ha utilizado una planta inestable en bucle abierto que viene dada por $\frac{s^2+6.13s+48.04}{s^2-13.86s+48.04}$. Utilizando GPC es posible estabilizar el proceso para unos valores de $N_1 = 1$, $N_2 = 4$, $N_u = 4$, $\lambda = 1$ y $\delta = 1$ con un tiempo de muestreo de 0.1 segundos como se muestra en la figura 3.4 (a).



(b) Restricción en Y. $Y_{max} = 0.8$ e $Y_{min} = 0.0$

Figure 3.4: Planta inestable. Restricción en salida.

• *Restricciones en la salida*: esta restricción indica los valores máximo y mínimo entre los que se desea que se encuentre el valor de la señal de salida. Como se puede observar

3.3. CONSTRAINTS

en 3.4 (a) la salida del proceso presenta unas pequeñas sobreoscilaciones en su régimen transitorio. Utilizando esta restricción es posible eliminar tales oscilaciones imponiendo unos valores máximo y mínimo de 0.8 y 0.0 respectivamente (ver figura 3.4 b).

• Restricciones en la entrada: permite establecer los valores máximo y mínimo de la entrada y del incremento de la entrada a la planta. En las figuras 3.5 (a) y (b) se observan dos ejemplos de aplicación para ambas restricciones. En la industria generalmente se suele saturar la señal y aplicar el resultado al sistema. Esto puede dar lugar a inestabilidad como se puede observar en la figura 3.5 (c), donde para los mismos valores de U_{max} y U_{min} utilizados en el ejemplo anterior se ha saturado la señal. Para establecer el efecto de saturación en la herramienta se realiza activando el checkbox con el nombre de clipping.



Figure 3.5: Planta inestable. Restricción en entrada.

El ejemplo comentado anteriormente se encuentra disponible en el menú Settings de la herramienta con el nombre de *Physical Security Constraints*.

3.3.2 Restricciones de rendimiento

Como se comentaba anteriormente la posibilidad de trabajar en puntos de operación cercanos a los establecidos por las restricciones permiten alcanzar altos niveles de rendimiento. Existen un conjunto de restricciones en GPC que permiten no solamente establecer unos límites entre los que se desea mantener las variables sino evitar ciertos comportamientos no deseados para mejorar el rendimiento y especificar valores concretos para el mismo. Hay gran variedad de fenómenos en las dinámicas de los sistemas que no son deseables y que su eliminación generalmente conlleva una mejora del rendimiento del sistema. Algunos de estos fenómenos son comportamientos de fase no mínima, fenómenos *kick-back*, oscilaciones, etc... Este tipo de fenómenos pueden ser evitados imponiendo ciertas restricciones en GPC. De la misma forma, es posible imponer que se cumplan características específicas de rendimiento haciendo que la salida del sistema siga una banda determinada o bien imponiendo que a partir de cierto instante de tiempo, la integral de la salida tome un determinado valor. A continuación se comentan una serie de ejemplos que permiten observar este conjunto de restricciones.

- Restricción de fase no mínima: este tipo de comportamiento es observado cuando al aplicar al sistema una entrada en escalón la salida del mismo responde, en los primeros instantes de su fase transitoria, en sentido contrario al valor alcanzado en régimen permanente. Un ejemplo donde se observar este comportamiento ha sido extraído de [1]. El ejemplo se encuentra disponible en el menú Settings de la herramienta con el nombre de Non-minimum Phase en el cual el proceso viene dado por $G(s) = \frac{1-s}{s+1}$. La salida del sistema para $N_1 = 1$, $N_2 = 30$, $N_u = 10$, $\lambda = 0.1$, $\delta = 1$ y un periodo de muestreo de 0.3 segundos se puede observar en la figura 3.6 (a). Activando la restricción para evitar tal comportamiento se obtiene el resultado presentado en la figura 3.6 (b). Para activar tal restricción basta con marcar el checkbox denominado NMP en el grupo de parámetros de restricciones.
- Restricción de comportamiento monótono: muchos sistemas presentan un comportamiento oscilatorio durante su fase de subida, es decir, antes de alcanzar por primera vez el valor de régimen permanente. Este tipo de fenómeno recibe el nombre de kickback. Para observar este fenómeno se ha utilizado un ejemplo presentado en [1] donde la planta viene dada por G(s) = ⁵⁰/_{s²+25}. Para un tiempo de muestreo de 0.1 segundos y N₁ = 1, N₂ = 11, N_u = 11, λ = 50 y δ = 1 se obtiene la salida que se observa en la figura 3.7 (a). Activando el checkbox de monotonous en el apartado de restricciones se elimina tal fenómeno como se muestra en la figura 3.7 (b). Este ejemplo se encuentra disponible en la herramienta con el nombre de Oscillatory behaviour.
- Restricción de comportamiento oscilatorio: es bastante común observar como gran cantidad de sistemas que durante su fase transitoria presentan un comportamiento oscilatorio. En ciertas ocasiones se requiere o bien eliminar tal comportamiento o en su



 $\left(b\right)$ Eliminación de fase no mínima.

Figure 3.6: Restricción de fase no mínima.



(b) Eliminación de fenómeno kick-back.

Figure 3.7: Restricción de comportamiento monótono.

caso reducirlo en un cierto valor (% sobre el régimen permanente). Un ejemplo de ello se puede presentar en robótica móvil, donde para un robot que circula en un entorno con obstáculos una sobreoscilación puede dar lugar a una colisión con los mismos. Para mostrar la aplicación de esta restricción se ha hecho uso del proceso presentado en el apartado que trata sobre restricciones físicas y de seguridad, donde como se muestra en la figura 3.4 (a), se puede observar un comportamiento oscilatorio. Para subsanar este problema se activa la restricción en cuestión en el checkbox *overshoot* y se modifica el slider *Gamma* que representa el factor de ponderación de sobreoscilación. De esta forma, para *Gamma* = 1.1 se obtiene el resultado mostrado en la figura 3.8 (a) y para *Gamma* = 1.01 el mostrado en 3.8 (b) donde se puede observar que la sobreoscilación ya es casi nula.



(b) Reducción sobreoscilación. Gamma = 1.01.

Figure 3.8: Restricción de sobreoscilación.

- Restricción tipo banda: es bastante común imponer que la salida de un sistema se encuentre dentro de una determinada banda. Por ejemplo, en la industria alimenticia es normal que en algunas operaciones se requiera el seguimiento de un cierto perfil de temperatura con una cierta tolerancia. Este tipo de requisito se puede introducir en el sistema de control forzando que la salida del sistema esté en todo momento incluida en la banda formada por la trayectoria especificada más-menos la tolerancia. La figura 3.9 muestra el resultado de aplicar esta restricción al ejemplo presentado en la figura 3.4 (a) donde las bandas son aproximadas con un sistema de primer orden.
- *Restricción de integral*: Existen ocasiones en las que lo que se desea es más que limitar los valores instantáneos de las salidas futuras en un horizonte determinado, es limitar el valor de la integral de la salida en dicho periodo o hacer que sea igual a un determinado



Figure 3.9: Restricción tipo banda.

valor deseado. Un ejemplo es el caso del control climático en cultivos protegidos, donde más que mantener las temperaturas en valores determinados lo que se suele requerir es que su integral a lo largo de un periodo sea igual o superior a un cierto valor I. Esta restricción queda activada al marcar el checkbox *Integral* en el conjunto de parámetros de restricciones. El valor I deseado para la integral y el horizonte que indica el instante hasta el cual se desea que se alcance dicho valor son modificables desde los sliders *Integral* y N_i respectivamente.

3.3.3 Restricciones y estabilidad

Una de las técnicas que relacionan el alcance de la estabilidad con el uso de restricciones es la conocida como la Restricción en el estado final alcanzado por el sistema. Este tipo de restricciones aparecen en una serie de algoritmos de control y en el caso de la metodología GPC se pueden encontrar en la estrategia conocida como Control Predictivo Restringido de Horizonte Deslizante CRHPC (Constrained Receding-Horizon Predictive Control) [4], donde se introducen restricciones artificiales con el fin de garantizar la estabilidad del sistema controlado, por medio de la imposición a las salidas predichas del proceso que sigan la referencia predicha durante un cierto número de periodos de muestreo m tras un cierto horizonte N_m . Algunos grados de libertad de las señales de control futuras son utilizados para conseguir el valor de la salida previo a tal restricción mientras que el resto son utilizados para minimizar la función de coste. Para ilustrar su funcionamiento se muestran un conjunto de ejemplos extraídos de [4]. El primero de ellos es un sistema descrito por: $G(z^1) = \frac{-z^{-1}+2z^{-1}}{1-1.5z^{-1}+0.7z^{-2}}$ donde el sistema en lazo cerrado para $N_1 = 1$, $N_2 = 11$, $N_u = 4$, $\lambda = 10^{-6}$ y $\delta = 1$ es inestable como se observa en la figura 3.10. En ella se puede observar en (a) como la salida del sistema del sistema se inestabiliza y en (b) como las raíces del sistema en bucle cerrado quedan fuera del círculo unidad.

Activando la restricción de estado final para $N_m = 4$ y m = 3 el sistema es estabilizado obteniéndose el resultado mostrado en la figura 3.11 (a). Para activar esta restricción en la herramienta, basta con marcar el checkbox *Final state*. Como se comentó en el capítulo anterior N_m y m son modificables desde la gráfica *Constraints in Y* y se muestran en forma de líneas verticales discontinuas de color celeste.



(b) Polos fuera del círculo unidad.

Figure 3.10: Salida inestable. Sin CRHPC.

En [4] se observa que para pequeños valores de λ el efecto de modificar $N = N_2 = N_u = N_m$ no afecta a la salida del sistema como se muestra en 3.11 (b). Sin embargo pequeñas modificaciones en λ producen un efecto inmediato en el mismo como queda reflejado en la figura 3.12. En ella se observa como a medida que aumenta el valor de λ el sistema se hace más lento pero a su vez contiene menos oscilaciones. Este ejemplo se encuentra disponible en la herramienta con el nombre de *Constraints and Stability CRHPC*.

3.3.4 Combinación de restricciones

Evidentemente es posible estudiar sobre la herramienta como afecta una combinación de restricciones a las que se encuentra sometido un determinado sistema. Para mostrar algunas pruebas se ha hecho uso del ejemplo *Physical Security Constraints* cuya respuesta sin restricciones para $N_1 = 1$, $N_2 = 4$, $N_u = 4$, $\lambda = 1$ y $\delta = 1$ se observa en la figura 3.13 (a). En primer lugar se ha sometido al sistema a un restricción de sobreoscilación con un valor de $\varphi = 1$ junto con una restricción de la amplitud de la señal de entrada entre los valores 0.256 y -0.459, obteniéndose el resultado que se muestra en la figura 3.13 (b). Al aplicar tales restricciones se da lugar a la aparición del fenómeno *kick-back*, de forma que para evitarlo se activa la restricción de comportamiento monótono obteniéndose como resultado la salida que se observa en la figura 3.13 (c).



Figure 3.12: Modificación de λ en CRHPC.



(c) Incorporación de restricción de comportamiento monótono.

Figure 3.13: Combinación de restricciones

3.4 Estabilidad

Como apunta Maciejowski en [6] la estrategia de horizonte deslizante utilizada en control predictivo es una política de realimentación, por lo que existe un cierto riesgo de que el sistema en bucle cerrado se haga inestable, sobre todo en presencia de restricciones. Más comentarios sobre estabilidad se pueden encontrar en [9]. En este texto se presentan varias técnicas sobre estabilidad en control predictivo, siendo una de ellas la denominada *horizonte infinito*. Se comenta de manera intuitiva la diferencia entre una estrategia de horizonte infinito y otra de horizonte finito. Para una estrategia de horizonte finito en un periodo de muestreo k se predice la salida óptima del sistema hacia un horizonte N_2 , sin embargo, en el instante de muestreo siguiente k + 1 la incorporación de nueva información (realimentación) da lugar a una predicción sobre ese mismo horizonte obteniéndose como resultado generalmente una

3.4. ESTABILIDAD

curva totalmente distinta a la calculada en el instante de muestreo anterior. En el caso de una estrategia de horizonte infinito se optimiza una trayectoria completa hacia el futuro partiendo de un instante k. De esta forma el valor optimizado en k + 1 será el predicho en k ya que no se incorpora nueva información al sistema. Esto cumple el principio de optimización de Bellman que dice que la cola de alguna trayectoria óptima es la misma trayectoria óptima desde su punto de inicio; principio que no se cumple en el caso de la estrategia de horizonte finito. Hay que tener en cuenta que para asegurar lo comentado anteriormente se supone la no existencia de perturbaciones y la utilización de un modelo perfecto.



Figure 3.14: Estrategia GPC_{∞} .

Relacionado con este tema Scokaert en [10] presenta una técnica conocida como GPC^{∞} que es un compromiso entre una ley LQ obtenida bajo estrategias de horizontes infinitos, y estrategias de horizontes finitos donde el horizonte superior de predicción (N_2) se supone infinito pero el horizonte de control (N_u) se reduce a un valor finito. Para observar la aplicación de esta técnica se ha incorporado a la herramienta un ejemplo extraído de [10] cuya función de transferencia es $G(z^{-1}) = \frac{2z^{-1}-1}{1-1.5z^{-1}+0.7z^{-2}}z^{-4}$ y que se encuentra disponible en el menú Settings con el nombre de *Constraints and Stability GPC* ∞ . En primer lugar un control mean-level se muestra en la figura 3.14 (*a*) para un $N_2 = \infty$ (para el caso de la herramienta se ha seleccionado un horizonte lo suficientemente grande) y $N_u = 1$. Para mostrar el efecto de la modificación de los parámetros de control se muestra un cambio del horizonte de control de 1 a 3 en la figura 3.14 (*b*). Notar que, en la simulación el valor de infinito para el horizonte final de predicción no puede ser alcanzado, por lo que se ha tomado un valor de 100 como una buena aproximación.



(c) Sistema estable con $N_2 \ge N_0 = 2$.

Figure 3.15: Teorema estabilidad de Zhang 1

Otros resultados de estabilidad presentados por Zhang en [12],[11] pueden ser observados fácilmente haciendo uso de la herramienta. En estos artículos existen varios teoremas que dicen:

1. Dado un sistema estable en bucle abierto, si $N_u = 1$ y $\lambda = 0$ entonces existe un valor N_0 tal que el sistema en bucle cerrado haciendo uso de GPC es estable para todo $N_2 \ge N_0$. Dado el ejemplo Simple example disponible en la herramienta, para la configuración de parámetros $N_1 = 1$, $N_2 = 1$, $N_u = 1$, $\lambda = 0.8$ y $\delta = 1$ se obtiene la curva que muestra la



Figure 3.16: Teorema estabilidad de Zhang 2

figura 3.15 (a). Haciendo $\lambda = 0$ es sistema se vuelve inestable como se puede observar en la figura 3.15 (b). Según el teorema es necesario encontrar un valor del horizonte de predicción a partir del cual el sistema se hace estable. Para este ejemplo el valor ha sido $N_0 = 2$ y como se puede observar en la figura 3.15 (c) el sistema se estabiliza cuando N_2 es mayor o igual a éste.

2. Dada una planta estable en bucle abierto si $N_u = 1$ entonces existe un N_0 tal que el sistema en bucle cerrado es estable cuando $N_2 - N_1 \ge N_0$. Tómese ahora el ejemplo Non minimum phase disponible en el menú settings de la herramienta. Para la configuración

de parámetros $N_1 = 1$, $N_2 = 6$, $N_u = 1$, $\lambda = 0.3$ y $\delta = 1$ el sistema se hace inestable como se puede observar en la figura 3.16 (*a*). Puede comprobar sobre este ejemplo como para cualquier valor de λ el sistema sigue permaneciendo inestable como se muestra en la figura 3.16 (*b*) donde λ toma el valor de 10. Aplicando el teorema en cuestión se busca un N_0 a partir del cual es sistema se estabilice, concluyendo la búsqueda para $N_0 = 6$. En la figura 3.16 (*c*) se observa el resultado para $N_1 = 1$ y $N_2 = 7$.

Bibliography

- [1] E.F. Camacho and C. Bordóns, *Model predictive control*, Springer, 1999.
- [2] D.W. Clarke, C. Mohtadi, and Tuffs P.S., Generalized predictive control parts i and ii, Automatica 23 (1987), no. 2, 137–160.
- [3] D.W. Clarke and C. Mohtadi, Properties of generalized predictive control, Automatica 25 (1989), no. 6, 859–875.
- [4] D.W. Clarke and R. Scattolini, Constrained recending-horizon predictive control, IEE Proc. Pt. D. 138 (1991), no. 4, 347–354.
- [5] D.W. Clarke, Designing robustness into predictive control, (1991).
- [6] J. Maciejowski, Constrained predictive control, Academic Press, 2000.
- [7] Y. Piguet, Sysquake: User manual, Clerga, 2000.
- [8] B.D. Robinson and D.W. Clarke, Robustness effects of a prefilter in generalised predictive control, IEE Proc. Pt. D. 138 (1991), no. 1, 1–8.
- [9] J. A. Rossiter, Model based predictive control: A practical approach, CRC Press, 2003.
- [10] P.O.M. Scokaert, Constrained predictive control, Phd thesis, University of Oxford, 1994.
- [11] J. Zhang and Y. Xi, Some gpc stability results, Int. J. Control 70 (1998), no. 5, 831–840.
- [12] J. Zhang, Property analysis of gpc based on coefficient mapping, IFAC 13th Triennial World Congress, San Francisco C (1996), no. 5, 457–462.