

# CELULARIZACIÓN Y NULIFICACIÓN DE PREHACES SIMPLICIALES

Trabajo conjunto con Frank Neumann

SECA II

GRANADA, 17 de septiembre de 2004

[www.ual.es/~jlrodri](http://www.ual.es/~jlrodri)

## 1. MOTIVACIÓN

$k$  = cuerpo (algebraicamente cerrado).

$MV_*$  = categoría motivica punteada (inestable) de Morel y Voevodsky.

$MV_*$  admite una estructura de modelos cerrada que nos permite hacer teoría de homotopía a partir de esquemas, donde la recta afín  $\mathbb{A}^1$  juega el papel del intervalo unidad.

Morel–Voevodsky, Jardine, Goerss–Jardine:

Dicha estructura puede obtenerse localizando respecto de un punto racional  $f : * \rightarrow \mathbb{A}^1$ , la categoría de modelos de haces simpliciales sobre el sitio de Nisnevich  $(Sm/S)_{Nis}$  de los esquemas lisos de tipo finito sobre un esquema noetheriano  $S$ .

Por ejemplo, si  $S = \text{Spec}(k) = *$ ,  $Sm/S = Sm_k$ , la categoría de las variedades algebraicas lisas sobre  $k$ .

Dugger e Isaksen, 2003:

Consideran motivos “celulares” tanto inestables como estables, contruidos a partir de las esferas bigraduadas  $S^{p,q}$  y conos sobre ellas usando colímites homotópicos punteados y equivalencias débiles (de modo similar a como un  $CW$ -complejo se construye a partir de las esferas).

En particular, construyen una “aproximación celular” para el caso estable (aunque no es funtorial). No lo hacen para el caso inestable.

Recordemos que:

$$S^{p,q} := S^{1,0} \wedge \overset{p-q}{\dots} \wedge S^{1,0} \wedge S^{1,1} \wedge \overset{q}{\dots} \wedge S^{1,1}$$

donde  $S^{1,0} = S^1$ , la circunferencia simplicial  $\Delta^1/\partial[\Delta^1]$  y  $S^{1,1} = \mathbb{A}^1 - 0$ , es la circunferencia de Tate (la versión geométrica algebraica de la circunferencia).

Por ejemplo,  $S^{2,1} = S^{1,0} \wedge S^{1,1} \simeq \mathbb{A}^1/(\mathbb{A}^1 - 0) \simeq \mathbb{P}^1$  la recta proyectiva.

La categoría  $\text{Spectra}(MV)$  de espectros motivicos se obtiene estabilizando respecto de  $\mathbb{P}^1$ .

## Algunos ejemplos:

- $\mathbb{A}^n - 0$ ,  $\mathbb{P}^n$  son celulares.
- $GL_n$ ,  $Gr_m(\mathbb{A}^n)$  y  $V_m(\mathbb{A}^n)$  son celulares establemente.

No se sabe si son celulares inestables.

- $KGL$  y  $MGL$  son espectros motivicos celulares, donde  $KGL$  es el espectro de teoría  $K$  algebraica y  $MGL$  es el espectro de cobordismo algebraico, que juegan el papel análogo al del espectro  $K$  en teoría  $K$  topológica y el espectro  $MU$  de cobordismo complejo en teoría de homotopía clásica.

## 2. OBJETIVOS

- Construir un funtor de celularización en  $MV_*$ .
- Mejorar algunos resultados de Dugger y Isaksen.

Para ello contamos con las siguientes herramientas:

- Bousfield (1977), Farjoun y Chachólski (1990-95):  
 $f$ -localización y  $A$ -celularización para conjuntos simpliciales.
- Nofech (1999), Hirschhorn (2002):  
celularización en categorías de modelos cerradas simpliciales.
- Goerss–Jardine (1998):  
 $f$ -localización para haces simpliciales sobre un sitio pequeño de Grothendieck.

### 3. CELULARIZACIÓN Y NULIFICACIÓN EN ESPACIOS

**SS** categoría de conjuntos simpliciales (= *espacios*).

**SS**<sub>\*</sub> categoría de conjuntos simpliciales punteados.

Bousfield (1977-?), Farjoun, Chachólski (1990-?):

Una **clase cerrada**  $\mathcal{C}$  es una clase de espacios conexos en **SS** que cumple:

- $X \in \mathcal{C}$  y  $X \simeq Y$  en **SS** entonces  $Y \in \mathcal{C}$ .
- Si  $D$  es una categoría pequeña, y  $F : D \rightarrow \mathbf{SS}_*$  es un diagrama sobre  $D$  con valores en  $\mathcal{C}$ , entonces

$$\text{hocolim}_* F \in \mathcal{C}.$$

Dado un espacio  $A$ , denotamos por  $\mathcal{C}(A)$  a la clase cerrada generada por  $A$ .

- Los espacios de  $\mathcal{C}(A)$  se llaman *A-celulares*.
- Una aplicación  $h : X \rightarrow Y$  se dice que es una *A-equivalencia* si induce una equivalencia débil

$$h_* : \text{Map}(A, X) \rightarrow \text{Map}(A, Y).$$

entre los correspondientes espacios de aplicaciones.

(Bousfield, Farjoun): Todo espacio  $X$  admite una *aproximación  $A$ -celular*, esto es una aplicación

$$c : Cell_A(X) \rightarrow X$$

donde  $Cell_A(X)$  es  $A$ -celular y  $c$  es una  $A$ -equivalencia.

En esencia,  $Cell_A(X)$  recoge la información de  $X$  que tiene que ver con  $A$ .

**Ejemplo:** Los espacios  $S^{n+1}$ -celulares son los espacios  $n$ -conexos, y las aproximaciones celulares son los recubridores  $n$ -conexos.

Dualmente, existe una teoría homotópica “módulo  $A$ ”, que recoge la parte de  $X$  que no tiene que ver con  $A$ .

Esto se consigue convirtiendo la aplicación  $f : * \rightarrow A$  en una equivalencia:

Un espacio  $Z$  se dice  *$A$ -nulo* o  *$f$ -local*, si

$$Map(A, Z) \simeq Map(*, Z).$$

Una aplicación  $g : X \rightarrow Y$  se dice que es una equivalencia  *$f$ -local*, si  $g$  induce una equivalencia débil

$$g^* : Map(Y, Z) \rightarrow Map(X, Z)$$

para todo espacio  *$f$ -local*  $Z$ .

Bousfield, Farjoun: Todo espacio  $X$  admite una  $f$ -localización (o  $A$ -nulificación) natural

$$l : X \rightarrow L_f X$$

tal que  $L_f X$  es  $f$ -local, y  $l$  es una equivalencia  $f$ -local.

**Ejemplo:** Los espacios  $S^{n+1}$ -nulos son las  $n$ -secciones de Postnikov y  $X \rightarrow L_f X$  la  $n$ -sección.

Aviso: no me he preocupado de tomar aproximaciones fibrantes de Kan.

El modo más sistemático de construir tales funtores es usando la maquinaria de Quillen de categorías de modelos.



#### 4. CATEGORÍAS DE MODELOS CELULARES

$\mathcal{C}$  = categoría de modelos cerrada, simplicial y punteada.

$A$  un objeto cofibrante de  $\mathcal{C}$ .  $\mathbf{Hom}(X, Y)$  el complejo simplicial de funciones.  $X_f$  aproximación fibrante de  $X$ .

Una **estructura de categoría de modelos cerrada  $A$ -celular** sobre  $\mathcal{C}$  es una estructura de categoría de modelos cerrada  $\mathcal{C}^A$  sobre la categoría subyacente de  $\mathcal{C}$  donde:

$\mathbf{W}_{\mathcal{C}^A} = \{\phi : \mathbf{Hom}(A, \phi_f) \in \mathbf{W}_{\text{ss}}\} = (A\text{-equivalencias}).$

$\mathbf{F}_{\mathcal{C}^A} = \mathbf{F}_{\mathcal{C}},$

$\mathbf{C}_{\mathcal{C}^A} = \{j : j \text{ tiene la "LLP" con respecto a } (\mathbf{W}_{\mathcal{C}^A} \cap \mathbf{F}_{\mathcal{C}^A})\},$   
 (=  $A$ -cofibraciones).

**Teorema:** [Nofech] *Sea  $\mathcal{C}$  una categoría de modelos cerrada, punteada, simplicial y propia, con colímites arbitrarios, y con un conjunto  $\{t_j\}$  de generadores de cofibraciones triviales. Sea  $A$  un objeto cofibrante pequeño de  $\mathcal{C}$ . Entonces existe una estructura  $\mathcal{C}^A$  de categoría de modelos cerrada  $A$ -celular que admite factorizaciones funtoriales.*

Así, toda aplicación  $f : X \rightarrow Y$  admite una factorización natural

$$X \rightarrow Z \rightarrow Y,$$

donde la primera es una  $A$ -cofibración y la segunda es una fibración que es  $A$ -equivalencia.

En particular, factorizando  $* \rightarrow Y$  obtenemos

$$* \rightarrow \mathit{Cell}_A Y \rightarrow Y,$$

que nos da un funtor  $\mathit{Cell}_A$  de  $A$ -celularización en  $\mathcal{C}$ .

Si factorizamos  $X \rightarrow *$  obtenemos

$$X \rightarrow P_A X \rightarrow *,$$

que nos da un funtor  $P_A$  de  $A$ -nulificación en  $\mathcal{C}$ .

## 5. ESQUEMAS

Sea  $X_\tau$  la categoría de abiertos de un espacio  $X$  donde

- Objetos: inclusiones de abiertos  $U \hookrightarrow X$ ;
- Morfismos: un único morfismo  $U \rightarrow V$  por cada inclusión  $U \subseteq V$ .

En esta categoría tenemos las nociones usuales de intersección de abiertos y de cubrimientos de abiertos.

Un **prehaz** sobre un espacio topológico  $X$  con valores en una categoría  $D$  es un funtor contravariante

$$F : X_\tau \rightarrow D.$$

Un **haz**  $F$  es un prehaz que además satisface la condición de pegado siguiente: para cada cubrimiento  $\{U_i \rightarrow U\}$ , el diagrama

$$F(U) \rightarrow \prod_i F(U_i) \rightrightarrows \prod_{i,j} F(U_i \cap U_j).$$

es un ecualizador.

Existe un **funtor haz o de pegado** que asocia a cada prehaz  $F$  un haz  $\tilde{F}$  y una aplicación de prehaces  $\eta : F \rightarrow \tilde{F}$  de modo universal.

**Ejemplo:** Haz de las funciones continuas en un espacio topológico  $X$ , dado por  $F(U) := \text{Map}(U, \mathbb{R})$ .

Nota: Este haz es compatible con la intersección y los cubrimientos de abiertos, lo cual nos llevará a la definición de sitio de Grothendieck.

**Ejemplo:** Haz de secciones de un fibrado  $p : E \rightarrow B$ :  
Dado por  $\Gamma(U) = \{s : U \rightarrow E \mid p \circ s = \text{id}_U\}$ .

Suele denotarse para un (pre)haz  $F$ :

- $\Gamma(U, F) := F(U)$  secciones sobre  $U$ .
- $\Gamma(F) := \Gamma(X, F)$  secciones globales.
- El *tallo* o *fibra* de  $F$  sobre un punto  $x \in X$  es

$$F_x := \text{colim}_{x \in U} F(U).$$

Un **espacio anillado** es un par  $(X, \mathcal{O}_X)$  donde  $X$  es un espacio topológico, y  $\mathcal{O}_X$  es un haz de anillos sobre  $X$ . En caso de que los tallos del haz sean anillos locales se dice que es un **espacio localmente anillado**.

Un **esquema afín** es un espacio anillado del tipo  $(\text{Spec}(A), \mathcal{O})$  asociado a un anillo conmutativo  $A$  con unidad.

Un **esquema**  $S$  es un espacio localmente anillado  $S = (X, \mathcal{O})$  que es localmente afín.

“Se obtiene pegando esquemas afines, de modo análogo a como una variedad topológica se obtiene pegando discos.”

$X = \text{soporte de } S$ .

Un *subesquema abierto*  $U$  de  $S = (X, \mathcal{O})$  es la restricción  $(U, \mathcal{O}|_U)$  a un abierto  $U$  de  $X$ .

etc.

## 6. SITIOS DE GROTHENDIECK

Un **sitio** es una categoría  $\mathbf{C}$ , cuyos objetos suelen llamarse “abiertos”, que admite productos fibrados y que viene equipado con una *topología de Grothendieck*, dada por una familia de “cubrimientos”: estos son conjuntos de morfismos  $\{U_i \xrightarrow{p_i} U\}$  tales que:

- (Isomorfismos)  $\{U' \xrightarrow{\cong} U\}$  es un cubrimiento.
- (Transitividad) Si  $\{U_i \xrightarrow{p_i} U\}$  es un cubrimiento y  $\{U_{i,j} \xrightarrow{p_{ij}} U_i\}$  es un cubrimiento para todo  $i$ , entonces  $\{U_{i,j} \xrightarrow{p_i \circ p_{ij}} U\}$  es un cubrimiento.
- (Cambio de base) Si  $\{U_i \xrightarrow{p_i} U\}$  es un cubrimiento y  $V \rightarrow U$  es un morfismo entonces  $\{V \times_U U_i \rightarrow V\}$  es un cubrimiento.

- (1) Toda categoría  $\mathbf{C}$  admite una topología de Grothendieck “obvia”, donde los únicos cubrimientos son  $\{U \xrightarrow{\text{id}} U\}$ .
- (2)  $X_\tau =$  sitio usual de un espacio  $X$ :
- Objetos: inclusiones de abiertos  $U \subset X$ .
  - Morfismos: inclusiones  $V \subset U$ .
  - Cubrimientos: cubrimientos usuales de abiertos.
- (3)  $X_{et} =$  sitio étale de un espacio  $X$ :
- Objetos:  $p : U \rightarrow X$  que son espacios recubridores sobre abiertos de  $X$  (son homeomorfismos locales).
  - Morfismos y cubrimientos se definen con diagramas conmutativos.
- (4)  $S_{Zar} =$  sitio de Zariski de un esquema  $S$ :
- Objetos: subesquemas abiertos  $U \subset S$ .
  - Morfismos: inclusiones de subesquemas.
  - Cubrimientos:  $\{U_i \subset U\}$  tal que  $\cup_i U_i = U$ .
- (5)  $S_{et} =$  sitio étale de un esquema  $S$ .
- (6)  $S_{Nis} =$  sitio de Nisnevich de un esquema  $S$ .
- (7)  $(Sch/S)_{Zar}$ ,  $(Sch/S)_{Nis}$ ,  $(Sch/S)_{et}$  sitios “amplios” de esquemas de tipo finito sobre  $S$  con las topologías de Zariski, de Nisnevich y étale, respectivamente.

(8)  $(Sm/S)_{Nis}$  es el sitio de Nisnevich de los esquemas lisos de tipo finito sobre un esquema noetheriano  $S$ .

La topología de Nisnevich es intermedia entre la de Zariski y la étale, y comparte buenas propiedades de ambas.

Nisnevich, Thomason usaron este sitio para estudiar teoría  $K$ -algebraica de esquemas (véase más información en el trabajo de Morel–Voedvosky).



## 7. PREHACES SIMPLICIALES SOBRE UN SITIO PEQUEÑO

$\mathbf{C}$  = un sitio pequeño de Grothendieck;

$\text{Pre}(\mathbf{C})$  = la categoría de prehaces sobre  $\mathbf{C}$  con valores en la categoría de conjuntos:

- objetos: funtores  $F : \mathbf{C}^{op} \rightarrow \text{Sets}$ ;
- morfismos: transformaciones naturales entre funtores.

$\mathbf{SPre}(\mathbf{C})$  = categoría de prehaces simpliciales sobre  $\mathbf{C}$

- objetos: funtores  $F : \mathbf{C}^{op} \rightarrow \mathbf{SS}$ ;
- morfismos: transformaciones naturales.

Observar  $\mathbf{SPre}(\mathbf{C}) = \Delta^{op}\text{Pre}(\mathbf{C})$ .

- (1) Cada conjunto simplicial  $K$  puede identificarse con el prehaz simplicial con valores constantes  $= K$ .
- (2) Cada objeto  $A$  de  $\mathbf{C}$  se identifica con el prehaz simplicial  $R_A$  que lo representa, dado por  $R_A(U) = \mathbf{Hom}(U, A)$ .

En  $\mathbf{SPre}(\mathbf{C})$  se combinan los conjuntos simpliciales con los objetos del sitio  $\mathbf{C}$ , de modo que podemos hacer teoría de homotopía. Esta teoría de homotopía está determinada por la topología del sitio.

**Grupos de homotopía:** Sea  $X$  un prehaz simplicial.  $\tilde{\pi}_n(X)$  haz asociado al  $n$ -ésimo prehaz de homotopía  $\pi_n(X)$  definido como:

$$(x_0 : U \rightarrow X_0) \mapsto \pi_n(X(U), x_0).$$

- Equivalencias débiles locales:  $f : X \rightarrow Y$  que inducen
  - $f_* : \tilde{\pi}_0(X) \xrightarrow{\cong} \tilde{\pi}_0(Y)$ ,
  - y tales que el diagrama de haces

$$\begin{array}{ccc} \tilde{\pi}_n(X) & \xrightarrow{f_*} & \tilde{\pi}_n(Y) \\ \downarrow & & \downarrow \\ \tilde{X}_0 & \xrightarrow{f_*} & \tilde{Y}_0 \end{array}$$

es cartesiano.

(esto es, que inducen sobre los tallos equivalencias débiles, para cualquier elección de puntos bases.)

- Cofibraciones:  $f : X \rightarrow Y$  monomorfismos, estos son aquellos que inducen aplicaciones inyectivas  $X_n(U) \rightarrow Y_n(U)$  para todo  $n \geq 0$  y todo objeto  $U$  de  $\mathcal{C}$ .
- Fibraciones globales: Definidos con la RLP usual.

**Teorema:** [Jardine, 1999]

*Sea  $\mathbf{C}$  un sitio pequeño de Grothendieck. Entonces con las clases de equivalencias débiles locales, cofibraciones y fibraciones globales anteriores,  $\mathbf{SPre}(\mathbf{C})$  admite una estructura de categoría de modelos cerrada, simplicial y propia.*

Hay un teorema análogo para la categoría  $\mathbf{SShv}(\mathbf{C})$  de haces simpliciales sobre el sitio  $\mathbf{C}$  (Joyal, Jardine, Morel-Voevodsky).

Se sigue del resultado anterior usando que la aplicación de pegado  $\eta : X \rightarrow \tilde{X}$  es una equivalencia débil local. Además, el funtor de pegado induce una equivalencia

$$\mathbf{Ho}(\mathbf{SPre}(\mathbf{C})) \simeq \mathbf{Ho}(\mathbf{SShv}(\mathbf{C}))$$

entre las categorías homotópicas asociadas (Jardine'96).

### **Categorías punteadas:**

$\mathbf{SPre}(\mathbf{C})_*$  categoría de prehaces simpliciales punteados sobre  $\mathbf{C}$ . El funtor olvido

$$? : \mathbf{SPre}(\mathbf{C})_* \rightarrow \mathbf{SPre}(\mathbf{C})$$

tiene como adjunto a izquierda al funtor que añade un punto exterior:

$$+ : \mathbf{SPre}(\mathbf{C}) \rightarrow \mathbf{SPre}(\mathbf{C})_*$$

Se transporta via este par de funtores adjuntos la estructura de modelos de la categoría no punteada a la punteada. Tenemos un par de funtores adjuntos entre las categorías homotópicas asociadas.

## 8. LOCALIZACIÓN EN PREHACES SIMPLICIALES SOBRES SITIOS PEQUEÑOS

Sea  $\mathbf{C}$  un sitio pequeño.

Dado  $K$  un conjunto simplicial y  $U$  un objeto del sitio  $\mathbf{C}$ , se define el prehaz simplicial  $L_U K$  como:

$$L_U K(V) = \bigsqcup_{\phi: V \rightarrow U} K.$$

Los morfismos de prehaces simpliciales

$$L_U K \rightarrow X$$

se corresponden con aplicaciones de conjuntos simpliciales

$$K \rightarrow X(U).$$

Las cofibraciones del tipo  $Y \rightarrow L_U\Delta[n]$  generan todas las cofibraciones en  $\mathbf{SPre}(\mathbf{C})$ .

**$f$ -localización:** Sea  $f : A \rightarrow B$  una cofibración en  $\mathbf{SPre}(\mathbf{C})$ . Definimos:

- $f$ -locales:  $Z$  globalmente fibrante y  $Z \rightarrow *$  tiene la RLP con respecto a las cofibraciones de prehaces

$$B \times Y \bigcup_{A \times Y} A \times L_U\Delta[n] \xrightarrow{(f,j)_*} B \times L_U\Delta[n].$$

- $f$ -equivalencias:  $g : X \rightarrow Y$  que inducen una equivalencia débil

$$g^* : \mathbf{Hom}(Y, Z) \longrightarrow \mathbf{Hom}(X, Z)$$

para todo  $f$ -local  $Z$ .

- $f$ -cofibraciones = cofibraciones.
- $f$ -fibraciones: definidas con la RLP usual.

**Teorema:** [Goerss-Jardine, 1998]

*Sea  $\mathbf{C}$  un sitio pequeño de Grothendieck. Entonces, con las clases de  $f$ -equivalencias débiles, cofibraciones y  $f$ -fibraciones anteriores,  $\mathbf{SPre}(\mathbf{C})$  admite una estructura de categoría de modelos cerrada y simplicial.*

Jardine, 2000:

Si  $f : * \rightarrow I$ , donde  $I$  es cualquier prehaz simplicial entonces, dicha estructura de modelos es PROPIA.

Hay resultados análogos para haces simpliciales sobre  $\mathbf{C}$ .

**Nota:** El caso particular de haces simpliciales sobre un sitio de Grothendieck con intervalo  $I$  fue antes tratado por Morel y Voevodsky.

**Teorema:** [Neumann–R]

*Sea  $\mathbf{SPre}(\mathbf{C})_*$  la categoría de prehaces simpliciales punteados sobre un sitio pequeño de Grothendieck  $\mathbf{C}$ , con la estructura de modelos local respecto de  $* \rightarrow I$ . Sea  $A$  un objeto fijo de  $\mathbf{SPre}(\mathbf{C})_*$ . Entonces, existe una estructura  $(\mathbf{SPre}(\mathbf{C})_*)^A$  de categoría de modelos cerrada  $A$ -celular que admite factorizaciones funtoriales.*

**Demostración:** Cada objeto  $A$  de  $\mathbf{C}$  es cofibrante y pequeño (de hecho es “accesible” Grothendieck-Artin-Verdier (SGA 4) 1972). Un conjunto de generadores de cofibraciones triviales viene dado por

$$(* \times L_U \Delta^n) \coprod_{(* \times Y)} (I \times Y) \rightarrow I \times L_U \Delta^n$$

indicados sobre todos los subobjetos  $Y \subset L_U \Delta^n$ . El resultado se sigue entonces de los teoremas de Nofech y Goerss–Jardine.  $\square$

Un resultado análogo vale para la categoría  $\mathbf{S}\mathrm{Shv}(\mathbf{C})_*$  de haces simpliciales punteados sobre un sitio  $\mathbf{C}$ .

## 9. APLICACIÓN A LA TEORÍA HOMOTÓPICA MOTÍVICA

Sea  $\mathbf{C} = (Sm|_S)_{Nis}$  el sitio de Nisnevich de los esquemas lisos de tipo finito sobre un esquema noetheriano  $S$  y sea  $\mathbf{SPre}(\mathbf{C})$  su correspondiente categoría de prehaces simpliciales.

La categoría homotópica motivica de Morel y Voevodsky se obtiene localizando la categoría  $\mathbf{SPre}(\mathbf{C})$  respecto un punto racional  $f : * \rightarrow \mathbb{A}^1$ .

Las correspondientes equivalencias débiles locales y fibraciones globales se llaman respectivamente:

- equivalencias débiles motivicas
- fibraciones motivicas
- (cofibraciones motivicas = inclusiones)

**Teorema:** [Morel-Voevodsky, Jardine] *Con las tres clases anteriores,  $\mathbf{SPre}((Sm|_S)_{Nis})$  admite una estructura de categoría de modelos cerrada, simplicial y propia.*



Hay un resultado análogo para haces simpliciales. Además, los funtores haz y olvido establecen una equivalencia entre las correspondientes categorías homotópicas (Jardine).

**Teorema:** [Neumann–R]

*Sea  $\mathbf{SPre}((Sm|_S)_{Nis})_*$  la categoría de prehaces simpliciales punteados sobre el sitio de Nisnevich  $(Sm|_S)_{Nis}$  y sea  $A$  un objeto de  $\mathbf{SPre}((Sm|_S)_{Nis})_*$ . Entonces, existe una estructura de categoría de modelos cerrada  $A$ -celular  $(\mathbf{SPre}((Sm|_S)_{Nis})_*)^A$  que admite factorizaciones functoriales.*

Tenemos un resultado análogo para  $\mathbf{SShv}((Sm|_S)_{Nis})_*$ .

En particular obtenemos los funtores de celularización  $Cell_A$  y nulificación  $P_A$  deseados.