Columnas en La Voz de Almería

(Actualizado a 27 de septiembre de 2005)

<u>Observación</u>: en azul el texto original que ha sido suprimido o modificado por razones de espacio.

Blas Torrecillas Jover

Catedrático de Álgebra de la Universidad de Almería

La Voz de Almería, 30 de enero de 2004

Seguridad Informática

Es bien conocido que las matemáticas, como otras ciencias, tienen una aplicación muy importante a la tecnología. La utilización intensiva y masiva de los ordenadores en todas las actividades humanas supone una oportunidad muy importante para las matemáticas. Durante muchos siglos la información ha sido almacenada y transmitida utilizando el papel, actualmente el papel va siendo sustituido por los ordenadores para el tratamiento de la información.

La seguridad de la transmisión de la información es un aspecto fundamental. Pensemos cómo nos afecta directa y continuamente en la privacidad de los correos electrónicos, las relaciones con las administraciones públicas incluida la presentación de la declaración a hacienda, la información y uso de nuestras cuentas bancarias, todas las compras por Internet.

Las matemáticas en general y la teoría de los números en particular, permiten construir diversos métodos para proteger la información de los "curiosos". La ciencia que se ocupa por métodos matemáticos de los problemas de seguridad de la información se conoce con el nombre de *criptografía* y tuvo su nacimiento en Egipto hace unos cuatro mil años. En esta ciencia tan antigua se encuentran diversas aplicaciones más o menos ingeniosas de las matemáticas, pero la situación moderna, descrita anteriormente, ha cambiado radicalmente la investigación de nuevas técnicas criptográficas. Uno de los algoritmos actuales más conocidos es el RSA, nombre que se deriva de la iniciales de sus creadores R.L. Rivest, A. Shamir y L.M. Adleman. De manera muy simplificada la eficacia del método se basa en la dificultad computacional de descomponer en factores números enteros muy grandes. El lector puede probar a descomponer el número 28.278.749. Naturalmente con la ayuda de un ordenador el problema se resuelve de manera inmediata. El problema empieza a complicarse, incluso usando ordenadores, cuando tratamos de factorizar números de más de 200 dígitos. Para descomponer números tan grandes se necesitan técnicas matemáticas muy difíciles y profundas. De estas investigaciones dependerá algo tan importante como la seguridad de las comunicaciones informáticas.


Juan José Moreno Balcázar
Profesor Titular de Matemática Aplicada de la Universidad de Almería
La Voz de Almería, 12 de febrero de 2004

Matemáticas y medicina

Todos, en mayor o menor medida, estamos familiarizados con los nombres de muchos de los tratamientos médicos avanzados que, llegado el caso, pueden salvarnos la vida o mejorar su calidad: Resonancia Magnética Nuclear (RMN), Tomografía Axial Computerizada (TAC), litotricia, quimioterapia aplicada a procesos tumorales, etc., Pero, ¿somos conscientes de que en la base de estos grandes avances se hallan las Matemáticas?

Así, la RMN permite diagnosticar patologías mediante imágenes de alta resolución basándose en el análisis de un fenómeno de resonancia que, a su vez, tiene su origen en la ecuación matemática de Larmor. De los diferentes métodos utilizados para la obtención de tales imágenes, el más común utiliza una herramienta matemática conocida como transformada bidimensional de Fourier. Esta herramienta está, además, muy ligada a la transformada de Radon, que es la base para la reconstrucción de imágenes en el TAC.

Pero no sólo encontramos matemáticas en la reconstrucción de imágenes. Mediante sistemas de ecuaciones en derivadas parciales, por ejemplo, se puede establecer un primer modelo básico de funcionamiento de la litotricia extracorpórea, lo que permite la eliminación de cálculos renales sin recurrir a la cirugía. Los modelos matemáticos basados en derivadas (como las que estudiamos en el bachillerato) son, por otra parte, los que han permitido a varios investigadores israelitas hacer una evaluación científica de la eficacia de los protocolos de quimioterapia en el cáncer de mama.

La Teoría de Epidemias, que analiza matemáticamente la propagación de las enfermedades infectocontagiosas, es otro ejemplo clarificador. Los primeros estudios en este campo fueron desarrollados en 1760 por Daniel Bernoulli, en un estudio sobre la propagación de la viruela en la población francesa. Pero fue en 1911 cuando el Premio Nobel de Medicina de 1902, Sir Ronald Ross, estableció el primer modelo matemático para una epidemia. Las Matemáticas también estudian una de las epidemias del siglo XXI: el SIDA. El investigador Dr. Ho, hombre del año 1996 según la revista "Time", fue el precursor de las investigaciones sobre las características del VIH y de los primeros fármacos para combatirlo. Sin embargo, no es tan conocido el hecho de que basó tales investigaciones en los modelos matemáticos elaborados por los miembros de su equipo.

Como podemos comprobar, las matemáticas también contribuyen a nuestro bienestar.

Juan Cuadra Díaz
Profesor Titular de Álgebra de la Universidad de Almería
La Voz de Almería, 19 de febrero de 2004

El número áureo

¿Podría una fórmula matemática revelar el tan buscado secreto de la belleza? Desde la cultura griega la belleza ha estado ligada a un misterioso número, el *número áureo*, cuyo valor aproximado es *1'618*. Dos longitudes están en *proporción áurea* si al dividir la mayor entre la menor resulta el número áureo. Fue el genial Leonardo da Vinci quien descubrió que el cuerpo humano se compone de bloques que se aproximan a esta proporción. Por ejemplo, la estatura y la longitud del suelo al ombligo. El cuerpo humano ideal, el más armonioso y estético, fue concebido como aquél cuyos bloques están en proporción áurea y fue plasmado por Leonardo en su famoso *Hombre de Vitrubio*. Curiosamente, la moneda de un euro italiana, en cuyo reverso aparece este dibujo, ha sido elegida como la más hermosa de todas las "euromonedas".

En los últimos años, las investigaciones del Dr. Stephen Marquardt, de la Universidad de California, han reforzado el vínculo entre la belleza corporal y la proporción áurea. Tras examinar muchos rostros humanos y realizar numerosas encuestas el Dr. Marquardt ha descubierto que los rostros considerados atractivos son aquéllos cuyas partes determinan longitudes que están en proporción áurea. Y esta relación no depende de las diferencias existentes en la concepción de la belleza por las distintas razas, culturas o épocas. El Dr. Marquardt ha construido una máscara facial utilizando la razón áurea para establecer la distancia ideal entre los diferentes elementos de un rostro. Al sobreponerla sobre rostros considerados atractivos el encaje resulta perfecto. La belleza de una cara puede ser determinada según la desviación que presentan sus diferentes partes respecto a las establecidas por la máscara. Esta investigación tiene aplicaciones directas a la cirugía plástica y reparadora.

Desde una óptica matemática, el número áureo es muy interesante. Posee infinitos decimales, que no siguen ninguna pauta, y no es expresable mediante fracciones de números enteros. Sin embargo, usando raíces cuadradas y fracciones, si es posible escribir su valor exacto, éste es $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Juan Antonio López Ramos
Profesor Titular de Álgebra de la Universidad de Almería
La Voz de Almería, 26 de febrero de 2004

Mundo matemático-digital

Les propongo un pequeño juego que nos permitirá entender el mundo en el que nos movemos. Escriba los números del uno al quince dispuestos en cuatro columnas del siguiente modo: en la primera, los impares; en la segunda, 2, 3, 6, 7, 10, 11, 14 y 15; en la tercera, 4, 5, 6, 7, 12, 13, 14 y 15 y finalmente, en la cuarta, del 8 al 15. Pida ahora a alguien que elija uno y, sin decirle de qué número se trata, le indique todas las columnas en las que se encuentra. Si ahora suma cada uno de los números que aparecen en la parte superior de las columnas indicadas, obtendrá el número elegido por el otro. ¿Magia? No, Matemáticas, o más precisamente un simple cambio de base. La otra persona le ha indicado el número mediante sus dígitos en base dos: uno para las columnas en las que se encontraba el número y cero para las que no. Así, para recuperar el número pensado basta multiplicar por cero o uno los números de la parte superior de las columnas y sumar los resultados.

Esta es la forma en la que todos los aparatos de la era digital, ordenadores, teléfonos móviles, televisión, etc. representan la información. Sonidos o imágenes, números o palabras son representados, transmitidos y recibidos como largas cadenas de ceros y unos. El término *digital* deriva precisamente del uso de los dígitos cero y uno. La gran ventaja al hacerlo así es que se han desarrollado métodos matemáticos que permiten detectar y corregir fallos en la transmisión la información, cuando se cambian ceros por unos o viceversa; es decir, se detectan y corrigen las interferencias.

Cuando vemos televisión digital, escuchamos un CD, visionamos un DVD, utilizamos un ordenador, un móvil o un cajero automático hacemos uso, sin darnos cuenta, de las Matemáticas y obtenemos una mejor calidad de vida a través de la tecnología digital. Desgraciadamente el cero y el uno tienen también su aplicación militar. En este punto y en estos términos, es ahora tarea de todos decidir para qué fines queremos utilizarlos.

Enrique de Amo 
Profesor Titular de Análisis Matemático de la Universidad de Almería
La Voz de Almería, 4 de marzo de 2004

Otra matemática es posible

La comprensión del mundo en que vivimos es lo que realmente ha motivado al Ser Humano, siempre. ¿Qué hacemos aquí? ¿De dónde venimos y a dónde vamos?

No sólo se avanza, a través de la especialización, sino que se acepta que unos modelos (de comprensión de la realidad) vayan siendo superados y sustituidos por otros en la medida en la que se manifiestan sus ventajas.

Es clásico que nuestro acercamiento a las matemáticas haya sido el de las nociones de punto, recta o plano... ¡si bien nadie ha visto a ninguno de estos tres ejemplares por la calle! Sin embargo, aunque ni las nubes son elipsoides, ni las montañas conoides, tal concepción (motivada en muchos casos por la belleza) nos pareció suficientemente justificada.

Hoy, sobre todo con la introducción de potentes herramientas de cálculo (como son los modernos ordenadores), comenzamos a ver las insuficiencias de modelos matemáticos que creíamos asentados en la certidumbre.

La moderna Teoría del Caos (que concluirá que bajo el aparente desorden hay leyes que lo justifican) ha irrumpido en las matemáticas, creando un nuevo cuerpo teórico donde antes sólo aparecían ejemplos patológicos inconexos entre sí. (Resultará familiar el llamado “efecto mariposa”).

Un ejemplo, doméstico, lo encontramos cuando queramos realizar la “elemental” tarea de medición del perímetro provincial de Almería: ¿Cómo lo haríamos? No es lo mismo medir desde un avión que hacer el encargo a un virus que estuviese dispuesto a tal tarea...; sería cada vez más largo el perímetro... ¡infinito, en último término, para abarcar un área finita!

Es decir, paradojas clásicas (como la de Zenón, de Aquiles que nunca alcanzará a la Tortuga) se tornan ahora en el sin sentido de que una superficie de área finita está rodeada por un perímetro infinito.

Ciertamente, esta paradoja sólo representa un problema para quien optara por poner puertas al campo.

Manuel Gámez 
Profesor Titular de Matemática Aplicada de la Universidad de Almería
La Voz de Almería, 11 de marzo de 2004

Modelos matemáticos en cultivos hortícolas

El importante desarrollo de los cultivos hortícolas experimentado en las últimas décadas, en particular en la provincia de Almería, ha provocado la necesidad de búsqueda de soluciones para combatir las plagas, dada la incidencia económica que éstas tienen. Así en el estudio de la dinámica de las poblaciones de especies plagas, es fundamental considerar modelos matemáticos de los sistemas plaga y sus enemigos naturales. En todos ellos, teniendo en cuenta el concepto matemático de derivada, aparece un sistema de ecuaciones diferenciales.

Estos modelos matemáticos tienen su origen en el modelo propuesto por un famoso matemático italiano, V. Volterra, en 1925 para dar solución a un problema planteado por el biólogo italiano U. D'Ancona sobre la variaciones de las poblaciones de diversas especies de peces.

Actualmente hay una gran teoría alrededor de estos problemas, ya que la lucha biológica está siendo una realidad como alternativa al control químico en el control de plagas. Mediante las ecuaciones en derivadas parciales, o las ecuaciones integrales, se están desarrollando importantes modelos matemáticos que nos permiten conocer ciertas características sobre el comportamiento de estas especies, según la temperatura, la densidad del cultivo, la densidad de la plaga, etc. Es necesario conocer estas variables para aquilatar las sueltas de los depredadores o de los parásitos y para conseguir mantener la plaga por debajo de unos umbrales que no sean nocivos para el cultivo, dado lo costoso de estos procedimientos. Por esta razón son muchos los grupos de investigación compuestos por biólogos, matemáticos, ingenieros, etc. que están trabajando en este tema, complementando las diferentes especialidades para conseguir un mejor desarrollo de las investigaciones.

Como podemos comprobar, muchos problemas planteados en Biología crean la necesidad de descubrir nuevas teorías matemáticas, o potenciar y desarrollar las ya existentes. Recíprocamente, el tremendo desarrollo de las investigaciones básicas en Matemáticas hace posible el estudio de problemas cada vez más complejos de la Biología.

Fernando Reche
Profesor Titular de Escuela de Estadística de la Universidad de Almería
La Voz de Almería, 18 de marzo de 2004

Política y Matemáticas

En un sistema político democrático es indispensable el uso del razonamiento matemático para abordar algunas cuestiones fundamentales, tales como el reparto de escaños en un Parlamento, la traducción de los votos obtenidos a escaños o la forma más justa de votación.

En 1951, el Premio Nobel K.J. Arrow probó que es imposible encontrar un sistema de votación decisivo y justo, lo que nos puede hacer una idea de la dificultad que entraña la elección de una metodología de reparto o de votación. Una de las negociaciones actuales más duras en el seno de la Unión Europea es la relativa al sistema de votación a utilizar para la toma de decisiones.

La traducción del porcentaje de votos obtenidos a número de escaños es otra cuestión no exenta de polémica, puesto que no es posible encontrar un método que satisfaga todos los intereses.

En nuestro país, el reparto de votos se realiza de acuerdo con la *Ley D'Hondt,* cuyo funcionamiento ilustramos a continuación: supongamos que queremos asignar los 5 escaños que corresponden a Almería, para ello contamos los sufragios obtenidos por cada partido que ha superado el 3% de los votos y se dividen entre 1, 2, 3, 4 y 5. Finalmente, atribuimos los escaños a los 5 cocientes mayores de todas las divisiones realizadas.

En las Elecciones al Parlamento de Cataluña del año 1999 ocurrió la siguiente paradoja: CiU obtuvo el 37,68% de los votos y 56 diputados, mientras que el PSOE consiguió el 37,88% de los votos y 52 diputados. Este hecho parece invalidar el uso de la *Ley D'Hondt,* ya que un partido con más votos obtuvo menos escaños que uno con menos votos. Sin embargo, esta paradoja no se debe a la *Ley D'Hondt* en sí misma sino a que el reparto de diputados se hace por circunscripciones, que cuentan de salida con una cantidad mínima de representantes.

Este sistema ha sido criticado puesto que generalmente prima a los partidos mayoritarios, pero realmente no es peor que otros repartos proporcionales. Se trata de una decisión política encaminada a dificultar la formación de un Parlamento excesivamente atomizado.

Andrei Martínez Finkelshtein 
Profesor Titular de Matemática Aplicada de la Universidad de Almería
La Voz de Almería, 26 de marzo de 2004

¿A qué juegan los matemáticos?

Imagínese la situación: dos aventureros de Sacramento en la época de la fiebre de oro se disponen a dividir un montículo de pepitas de oro, fruto de meses de esfuerzo. Ambos están armados, y si tras el reparto uno de ellos considera que ha sido timado por el otro, correrá sangre. ¿Cuál debe ser el procedimiento de reparto para evitar una muerte innecesaria? La respuesta es sencilla: uno divide el montículo en dos mitades que considera iguales, y el otro escoge qué mitad prefiere.

Problemas de este tipo son de interés de una rama de las matemáticas con un nombre tan poco serio como “teoría de juegos”, y que los psicólogos prefieren llamar “teoría de las situaciones sociales”. El objetivo es elaborar y utilizar herramientas matemáticas para responder a la siguiente pregunta genérica: “*cómo asignar o distribuir de la mejor forma un recurso limitado para maximizar sus efectos positivos y minimizar los negativos”***.**

Para un matemático**,** un “juego” es cualquier situación real que implica la interacción de dos o más “jugadores” (personas, grupos, fuerzas sociales o naturales, etcétera). La teoría de juegos suele estudiar dos tipos de juegos: cooperativos (dominó, alianzas políticas, caza de un ciervo por una manada de lobos) y no cooperativos (inversiones en bolsa, así como el reparto de nuestros aventureros de Sacramento). Entre los problemas estudiados se encuentran los que implican la toma de una decisión cuando las reglas están dadas (digamos**,** la formación de una cartera de valores), la búsqueda de equilibrio (de gran importancia en la macroeconomía) y el diseño de mecanismos (que intenta predecir las consecuencias de las diferentes reglas de juego o comportamiento). Las elecciones son también estudiadas por esta ciencia; por cierto, se demuestra que ningún esquema de votación garantiza los resultados 100% justos en todas las situaciones (definiendo de forma razonable lo que esto quiere decir).

Y a todo esto, imagine que los aventureros de Sacramento no son dos sino tres, ¿se le ocurre algún método de división del oro que evite mutuas acusaciones y el correspondiente peligro?

Bernardo Lafuerza 
Profesor Titular de Matemática Aplicada de la Universidad de Almería
La Voz de Almería, 1 de abril de 2004

Fármacos y Matemáticas

Desde las drogas sintéticas hasta los populares antihistamínicos y descongestionantes, todos los medicamentos que ingerimos se disuelven en el intestino y pasan a la sangre, que los hace llegar donde hacen falta.

En los laboratorios farmacéuticos se experimenta para estudiar el flujo de un fármaco de una parte a otra del cuerpo humano. Los riñones y el hígado eliminan de la sangre tales medicamentos y por ello repetimos la dosis mientras es necesario para nuestra curación. Las sustancias químicas abandonan una zona para llegar a otra, y esto sucede a una tasa proporcional a la cantidad presente del medicamento en la primera zona o *compartimento*. Esta proporción depende del medicamento, la región del cuerpo (*compartimento*) y las características personales del individuo.

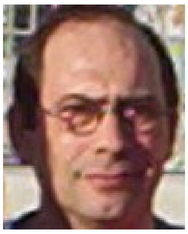
La industria farmacéutica ha iniciado recientemente investigaciones sobre la llamada personalización de tratamientos: es decir, no todos los individuos con una misma dolencia reciben igual tratamiento con idénticos medicamentos.

Desde 1970 se ha consolidado la colaboración entre las Matemáticas y la *farmacocinética* (estudio matemático de los medicamentos a través del cuerpo) o entre las Matemáticas y la *bioequivalencia* (estudio matemático de la eficacia de las medicinas). Un pionero de todo esto es el matemático Edward Spitznagel, profesor en la Universidad de Washington, San Luis, Missouri. Spitznagel asesora a la industria farmacéutica y escuelas de medicina.
Aplica la siguiente ley de equilibrio:

Tasa de cambio neto= tasa de entrada – tasa de salida

Aquí, la expresión *tasa de cambio* hace referencia inequívoca a las familiares *derivadas* de la enseñanza secundaria. De este análisis, una vez desarrollado técnicamente, resultan varias ecuaciones conocidas con el adjetivo de *diferenciales*. Sus soluciones matemáticas nos muestran el efecto de un fármaco y cómo va siendo eliminado de la sangre.

Dichas ecuaciones nos informan también de los efectos que se producen al repetir la dosis durante una enfermedad. Así han surgido los llamados *modelos compartamentales* en matemáticas-farmacología que consisten en *cascadas lineales de ecuaciones diferenciales* y algunos datos numéricos iniciales medidos en los laboratorios farmacéuticos.

Enrique Lamarca 
Profesor del Instituto Provincial de Formación de Adultos de Almería
La Voz de Almería, 15 de abril de 2004

Teoría de Grafos

¿Se puede dibujar cualquier figura que pase por n puntos (vértices) sin levantar el lápiz del papel y sin pasar dos veces por el mismo trazo (arista)?. Inténtelo. Si la figura que se ha propuesto dibujar tiene exactamente dos vértices con un número impar de aristas lo podrá conseguir independientemente del número de vértices (al menos dos lógicamente) y aristas. ¿Puede hacerlo pero ahora terminando en el vértice de partida? Sólo lo conseguirá de esta forma si todos los vértices tienen un número par de aristas (a estos grafos cuyo dibujo es "cerrado" se les llama eulerianos). La teoría matemática que sustenta la resolución de versiones más generales de estos problemas se llama Teoría de Grafos. Su origen se remonta a 1736 cuando Leonhard Euler se planteó, se dice que a petición de los habitantes de Königsberg (actualmente Kaliningrado), el problema de pasear por los siete puentes sobre el río Preguel (Pregolya) volviendo al punto de partida sin pasar dos veces por el mismo puente. La respuesta es que no es posible, ¿por qué?

Desde entonces hasta nuestros días esta teoría se ha desarrollado enormemente con aplicaciones a campos tan diversos como la sociología, lingüística, electricidad, telecomunicaciones, deportes, genética, química, etc. En la economía, por ejemplo, se utiliza los grafos signados (+, -) para el análisis económico. Wold y Simon emplearon esquemas de flechados para relaciones de casualidad entre variables económicas y Rosenblatt, entre otros, los utilizó para formular condiciones de equilibrio en modelos lineales. En electrónica se utilizan para el diseño de redes, multiprocesadores y circuitos integrados.

Actualmente en cualquier ciudad, las líneas de autobús están diseñadas para optimizar pasajeros y minimizar costes y tiempos. Los grafos dirigidos (las aristas tienen un solo sentido) y los grafos etiquetados resuelven problemas de tráfico en las grandes ciudades.

Y para finalizar, para los amantes del ajedrez les propongo el juego del "salto del caballo": situando el caballo en cualquier casilla del tablero, consiga pasar por las 63 restantes sin repetir dos veces en la misma casilla.

José Cáceres 

Profesor Titular de Matemática Aplicada de la Universidad de Almería

La Voz de Almería, 22 de abril de 2004

El mundo en cuatro colores

Coja usted un mapa (real o inventado) que esté dividido en diferentes países e intente colorear cada uno de ellos de manera que dos países con frontera común no compartan color. Intente hacerlo además con el menor número de colores. ¿Cuántos ha necesitado?, ¿cinco, seis,...? Pues existe una manera de hacerlo con cuatro colores, según afirma el Teorema de los Cuatro Colores, posiblemente uno de los resultados más importantes de las matemáticas del siglo XX, y que tiene una curiosa historia.

En 1852, Francis Guthrie, un estudiante de leyes, le preguntó a su antiguo profesor Augustus de Morgan si existía algún resultado matemático que explicara por qué el mapa de los condados de Inglaterra puede colorearse con cuatro colores y si ocurre lo mismo con todos los mapas. Intrigado, de Morgan le planteó el problema a la mente más preclara de la época, William Hamilton pero la altiva respuesta de éste fue: "no tengo tiempo para dedicarme a tonterías".

En 1878, esta cuestión se expuso ante la London Mathematical Society y a partir de ese momento se inició una carrera contrarreloj para demostrar el resultado. Muchos dedicaron toda su vida a intentarlo, otros sólo le dedicaron algunos años. Trabajar en el problema de los cuatro colores tomó tintes de infección. Desde 1879 hasta 1976 aparecieron más de 90 intentos de demostración, todas fallidas. Sin embargo, este periodo no fue totalmente estéril ya que se hicieron avances parciales importantes. Por ejemplo se comprobó que cualquier mapa se puede colorear con cinco colores y que un mapa dibujado sobre un donut, sólo necesita siete colores.

Finalmente en 1976, dos matemáticos americanos, Appel y Haken, construyeron la demostración mediante ordenador. El cálculo duró 50 días y generó 135 páginas de texto con 2500 diagramas y 400 microfichas. Tras la publicación del trabajo, los matemáticos se dividieron entre los que cuestionaban la demostración y los que cuestionaban los métodos tradicionales de las matemáticas. Actualmente la demostración es considerada correcta e incluso ha sido simplificada.

Miguel A. Herrero
Catedrático de Matemática Aplicada de la Universidad Complutense de Madrid y Miembro de la Comisión Científica de la Real Sociedad Matemática Española
La Voz de Almería, 29 de abril de 2004

Las Matemáticas y las Ciencias de la Vida

¿Qué pueden tener en común las Matemáticas y las Ciencias de la Vida ? Las primeras, modelo de precisión y rigor, aparecen ante muchos como la antítesis de las segundas, absortas en el estudio de la materia viva, palpitante y variable. ¿Acaso no son los seres vivos demasiado complejos para ser descritos en términos matemáticos?

Sobre esta cuestión, que ya fascinó a Aristóteles, han reflexionado a lo largo de los siglos algunos de los pensadores más distinguidos de Occidente. Poco a poco se han ido juntando las piezas de un mosaico singular, que presenta desafíos extremos a la inteligencia de sus artífices, y a la vez ofrece la promesa de beneficios extraordinarios para la humanidad.

En una época en que nuestra capacidad de cálculo supera lo que las generaciones precedentes pudieron soñar, la complejidad de los seres vivos constituye un obstáculo formidable, pero no insalvable, para los métodos matemáticos. Por ejemplo, los datos registrados durante las pruebas finales de ciertos aviones comerciales equivalen a un genoma humano por minuto. Vislumbramos un bosquejo, preliminar aún, pero ya reconocible, en el que el ser vivo aparece como un vasto sistema modular, formado por piezas conectadas entre si, y cuyo equilibrio se mantiene mediante delicados sistemas de control, fielmente descritos por modelos matemáticos. Simplificando mucho, el esquema recuerda al de los juguetes Lego, analogía utilizada por distinguidos expertos en el campo.

El lector debe notar que aquí se habla más de Ciencia que de Ficción. De hecho, la tecnología en que se basan los aparatos que realizan radiografías y tomografías en nuestros hospitales es en gran parte matemática . Un reto actual lo constituye el desarrollo de métodos de diagnóstico no invasivos. Como ejemplo, citaremos la realización de colonoscopias virtuales, basadas en navegadores que reconstruyen la realidad tridimensional a partir de imágenes bidimensionales por procedimientos matemáticos. De otros ejemplos importantes hablaremos quizás en otra ocasión.

Antonio Salmerón 
Profesor Titular de Estadística de la Universidad de Almería
La Voz de Almería, 6 de mayo de 2004

Modelos estadísticos para la detección de correo basura

Cada vez es más frecuente que los buzones de correo electrónico se llenen con envíos no deseados, que no se limitan solamente a mensajes publicitarios, sino que se han convertido en una de las principales vías de transmisión de virus informáticos. Como en otros muchos problemas reales, las Matemáticas han aportado soluciones al respecto en forma de modelos estadísticos para la clasificación automática de mensajes.

Por ejemplo, el lector de correo *Mozilla* incorpora un filtro que opera mediante el llamado *clasificador bayesiano simple*. Éste se basa en el conocido teorema de Bayes, que permite determinar la probabilidad de un determinado suceso a partir de la información de que se dispone. El suceso a analizar es si el mensaje recibido es basura, y la información disponible se refiere a las palabras que aparecen en el cuerpo y título, la dirección del remitente, los ficheros asociados, etc.

Una cualidad importante de este clasificador es que puede adaptarse al perfil de cada usuario. Es posible corregir las decisiones del filtro y marcar como basura un mensaje clasificado a priori como válido y viceversa. Estas correcciones forman una muestra a partir de la cual se estiman las probabilidades condicionadas que intervienen en la regla de Bayes. De esta manera se pretende discriminar entre mensajes que para un usuario son basura y para otro no.

Desde un punto de vista estadístico, el éxito de este clasificador se debe a la suposición de independencia condicional de todas las informaciones aportadas por el mensaje si se conociera la clase del mismo (basura o válido). Esta suposición reduce enormemente el número de parámetros o valores de probabilidad a estimar a partir de la muestra, aumentando de esta forma la precisión de los cálculos.

Estos modelos estadísticos no sólo se aplican al filtro de mensajes, sino a otros muchos problemas de clasificación de vital importancia hoy en día, entre los que podemos destacar la detección de intrusos en sistemas informáticos.

Juan F. Guirado. 
Profesor del I.E.S. “Manuel de Góngora”, Tabernas
La Voz de Almería, 21 de mayo de 2004

El azar en la vida cotidiana

Los juegos de azar existen desde hace miles de años, pero la base teórica que los estudia solo tiene unos cientos. A partir del siglo XVII grandes pensadores como Pascal comenzaron a sentar las bases de lo que hoy conocemos como la Teoría de la Probabilidad. Dicha teoría está presente en nuestra vida cotidiana en mayor o menor medida con aplicación en múltiples campos, como el económico o el militar. En siglos pasados, grandes matemáticos como Gauss, Bernouilli, Laplace o el reverendo Thomas Bayes fueron obteniendo resultados que ponían de manifiesto la importancia de esta nueva teoría. Kolmogorov consiguió axiomatizar el estudio de la Probabilidad y relacionarla con la Teoría de Conjuntos. John von Neumann y Oscar Morgenstern son considerados como los padres de la moderna Teoría de Juegos.

En teoría, la probabilidad asigna, en igualdad de condiciones, las mismas posibilidades a cualquier suceso, número de casos a favor sobre todos los posibles casos (Regla de Laplace), sin embargo, en la práctica puede ser diferente. Un ejemplo: la familia García-Pelayo se planteó a mediados de los noventa que el azar en determinados juegos como la ruleta, no era tan influyente. Es decir, ¿si un reloj se atrasa o un satélite se desvía de su órbita, por qué no va a ver un pequeño defecto en una ruleta que influya en el resultado? ¿Por qué no va a existir, de todos los posibles resultados, unos cuantos que salgan más veces? En efecto con unas 10.000 anotaciones seguidas de una ruleta y un análisis matemático de los datos detectaron cuales serían los siguientes números en salir. Así consiguieron ganar en casinos de todo el mundo a lo largo de algunos años.

Otro ejemplo, en la lotería primitiva todas las combinaciones tienen la misma probabilidad de salir ganadoras, pero los números del 1 al 31 son los que más repetimos en nuestras apuestas. Por tanto, si queremos ser extremadamente ricos lo mejor es escoger combinaciones del 32 al 49.

“El azar adjudicaría éxito y suerte tan pronto a un general como a otro. Pero sólo César ganó cincuenta batallas” André Maurois.

Inmaculada López García 
Profesora Asociada de Estadística de la Universidad de Almería
La Voz de Almería, 28 de mayo de 2004

Matemáticas y Genética

La genética de poblaciones es un tema en auge que con el paso del tiempo ha ido adquiriendo mayor interés dentro del campo de la biología, al cual la teoría de sistemas matemáticos viene proporcionando diversas aportaciones.

Para el estudio del fondo genético de la evolución de la apariencia exterior o de las estrategias de comportamiento de los individuos de una especie, se están construyendo modelos dinámicos (sistemas que cambian con el tiempo), basados en ciertos conceptos genéticos y de teoría de evolución. Se puede considerar que tienen su punto de referencia en el modelo de Fisher de la selección natural (1930).

En una población, la observación directa del estado de la composición de alelos (formas posibles de las unidades de herencia que determinan los caracteres de un individuo), resulta más complicada o costosa que la observación de las características fenotípicas o externas de sus individuos. Luego es interesante conocer cuándo las posibilidades de frecuencias alélicas, cuya determinación resulta siempre más compleja, quedan reducidas a una única que corresponda a la observación de fenotipos realizada, la cual suele ser relativamente más fácil de llevar a cabo. Este concepto matemático se conoce con el nombre de observabilidad.

Dentro del estudio de la evolución de una especie y de cuáles pueden ser sus tendencias según el tiempo, surge en ocasiones el problema de que ésta no es la deseada para la población y por tanto la necesidad de intervenir en el modelo dinámico para, si es posible, cambiar su evolución. Por tanto, es conveniente saber si una intervención humana o algún cambio en el ambiente, puede conducir a la población de un estado a otro que sea más adecuado bajo determinadas circunstancias y que pueda evitar, por ejemplo, la posible extinción de un fenotipo.

De esta manera podemos decir que la teoría de sistemas matemáticos es una herramienta útil para el desarrollo de técnicas que contribuyen al avance de la investigación de un importante campo como es el de la Genética.

Frode Rønning 
Professor of Sør-Trøndelag University College, Trondheim, Norway
La Voz de Almería, 4 de junio de 2004

The Beauty of Mathematics

There is an ideal of beauty in mathematics, going back to ancient Greece, in the sense that mathematical reasoning should be clear and logical. Here I want to address another aspect of mathematical beauty, by drawing attention to the strong connection between mathematics and art and architecture.

Artists have used mathematical principles in many different ways. We can think about how Piet Mondrian uses basic geometrical shapes, along with colours, to compose his pictures, or how M.C. Escher and Victor Vasarely use perspective and three dimensional illusions in various ways in their pictures. Artists from earlier periods also applied mathematical principles, e.g. when da Vinci used symmetry and perspective to create special effects in his famous picture “The Last Supper”, or when Michelangelo used the Golden Ratio to create the perfect proportions of the human body in his statue of David. Architecture is equally rich in mathematics, and sometimes it is hard to distinguish between art and architecture. What better place could there be to experience this connection that in the Alhambra in Granada. The Moors left a legacy of beautiful patterns which are very rich in mathematical content, especially for investigating symmetry. It is fascinating to think of that the patterns of Alhambra can produce mathematical challenges for everybody, from small children exploring the concept of symmetry to research mathematicians.

Bringing up these well known names from art history I want to encourage the principle of looking at art through “mathematical spectacles”. By this I mean that when we visit an art museum we could, in addition to all the other impressions that we get, think a little about mathematical principles in the works that we look at. Maybe this will even bring out some new perspectives of the art work, perspectives that we did not see in the first place. I encourage you to try! Another effect of this approach to mathematics and art could be that it evokes the interest for mathematics in larger groups of people, especially in children and students, by introducing to them aspects of mathematics that traditionally have not been much addressed.

(Versión traducida por Juan J. Moreno Balcázar que apareció en el periódico)

La belleza de las Matemáticas

Existe un ideal de la belleza en las Matemáticas, que se remonta a la antigua Grecia, según el cual el razonamiento matemático debería ser claro y lógico. Aquí deseo resaltar otro aspecto de la belleza matemática, prestando atención a la profunda relación de las matemáticas con el arte y la arquitectura.

Los artistas han usado principios matemáticos de muy diversas maneras. Pensemos en cómo Piet Mondrian usa formas geométricas básicas, junto con los colores, para realizar sus cuadros o cómo M.C. Escher y Víctor Vasarely usan la perspectiva y las ilusiones tridimensionales en sus obras pictóricas. También los artistas de épocas pasadas aplicaron principios matemáticos. Da Vinci usó la simetría y la perspectiva para crear los efectos pictóricos en su "Última Cena". Miguel Ángel usó la divina proporción o proporción áurea para crear las proporciones perfectas del cuerpo humano en su "David". La arquitectura es igualmente rica en aspectos matemáticos y a veces es difícil distinguir entre ésta y el arte. ¿Qué mejor lugar para entender esta conexión que en La Alhambra de Granada? Los árabes dejaron un legado de bellos diseños repletos de contenido matemático, especialmente desde el punto de vista de la investigación de simetrías. Es fascinante pensar que esos diseños geométricos de La Alhambra son capaces de producir desafíos matemáticos en todos, desde los niños que exploran el concepto de simetría hasta los investigadores matemáticos.

Al evocar grandes nombres de la historia del arte pretendo proponer la idea de mirar al arte a través de una óptica matemática. Con esto quiero decir que cuando visitemos un museo, además de todas las impresiones que nos suscite, deberíamos pensar un momento en los principios matemáticos de las obras que observamos. Tal vez incluso podríamos obtener nuevas perspectivas de la obra de arte, perspectivas que no captábamos al principio. ¡Les animo a intentarlo! Otro efecto de este acercamiento a las matemáticas y al arte podría hacer surgir el interés por las matemáticas en grupos más amplios de población, sobre todo en niños y estudiantes, al introducirles aspectos matemáticos que tradicionalmente no han sido objeto de mucha atención.

Juan Soler 
Catedrático de Matemática Aplicada de la Universidad de Granada
La Voz de Almería, 18 de junio de 2004

La nueva ingeniería matemática

Hubo un tiempo en el que las matemáticas se cimentaban en la resolución de problemas. La medición de la altura de las pirámides condujo a Pitágoras a su famoso teorema; la mecánica, la astrofísica y la mecánica de fluidos (relacionada con problemas de canalizaciones) en los siglos XVII y XVIII fomentaron las ecuaciones diferenciales. Hubo un tiempo, más cercano, en el que la conexión con otras ciencias provocó un desarrollo espectacular en sus fundamentos como ocurrió en los años 20 y 30 del pasado siglo con el gran avance en mecánica cuántica (impulsada por la industria química) protagonizada por Einstein, Von Neumann, Dirac, Schrödinger o Heisenberg, entre otros matemáticos, físicos, químicos o ingenieros. Sin embargo, hay otra realidad: después de la primera revolución industrial parte de las matemáticas decidió separarse de las otras ciencias y aún sufrimos este efecto devastador, ya que los grandes desarrollos matemáticos suelen presentarse históricamente parejos a varias disciplinas.

Comprender la realidad a través de su modelado es uno de los retos más fascinantes y motivadores de la actividad matemática. Diversos modelos corresponden a escalas distintas de descripción de un mismo fenómeno. Los anillos de Saturno son un ejemplo; según la escala vemos la evolución de grandes asteroides inmersos en una nube de polvo estelar, más distante puede modelarse mediante la cinética de gases o aún más lejos observarlo como un fluido. Lo que realmente parece mágico, aunque no lo sea, es la relación intrínseca entre modelos: la descripción microscópica, que planteó Schrödinger , de la evolución de los electrones en un medio cristalino explica ciertos fenómenos de radiación en astrofísica.

Esta interdependencia enriquece a las otras ciencias, ya que la retroalimentación entre realidad y modelo matemático posibilitará la obtención de resultados de difícil observación o de elevado coste en la experimentación; baste mencionar la fusión nuclear, extracción de petróleo, modelos de corazón artificial o circulación sanguínea, de economía, formación de plásticos (polímeros) y materiales, nanociencia o el tratamiento de imágenes. Además, el contacto con el problema desde su origen puede sugerir diversos métodos o técnicas que desemboquen en nueva matemática relevante y de interés en sí misma.

La nueva ingeniería matemática es una vuelta hacia la esencia de los orígenes de la matemática: el conocimiento de la realidad y la resolución de problemas que es la idea base del modelo Pitagórico (tremendamente moderno) de una ciencia integral, sin fronteras.

Florencio Castaño Iglesias
Profesor Titular de Matemática Aplicada de la Universidad de Almería
La Voz de Almería, 30 de junio de 2004

Optimización de recursos

Cualquier proceso que involucre una toma de decisiones lleva implícito la resolución de un problema de optimización: elección de las variables de decisión, modelización (descripción matemática) del "objetivo" u "objetivos" a alcanzar y cumplimiento de los recursos disponibles (restricciones).

La gestión de un servicio hospitalario, la elección de rutas que minimicen el coste del transporte o la distribución de mercancías, la gestión de una cartera de valores financieros, donde los inversores intentan al mismo tiempo reducir el riesgo y aumentar los beneficios, son algunos de los ejemplos donde se utilizan técnicas de optimización.

En Medicina, podríamos mencionar la *terapia de radiación* para pacientes con cáncer, dónde determinadas dosis de radiación pueden destruir células e impedir su crecimiento y división. Se trata de determinar la intensidad de radiación que hay que aplicar en cada microcampo de modo que la dosis aplicada a la zona del tumor sea como mínimo un determinado nivel objetivo.

Muchos de estos problemas tienen una estructura lineal, donde tanto la función objetivo como las restricciones son lineales. En 1947 George B. Dantzig, consejero matemático de la Fuerza Aérea Norteamericana durante la Segunda Guerra Mundial, logró crear un algoritmo*, conocido como algoritmo del Simplex, que le permitía resolver, después de un número finito de pasos, cualquier problema de optimización lineal**.** En palabras del propio Danzig en 1991: "*El tremendo poder del método Simplex me sorprende*".

En el 2002 el Simplex fue elegido como uno de los diez algoritmos de mayor influencia en el desarrollo de la ciencia y la ingeniería durante el siglo XX. Sin embargo, por ser un algoritmo de tipo exponencial la debilidad del método aparece a la hora de resolver problemas con gran número de variables. Por eso, en los últimos 20 años se ha intentado buscar algoritmos de tipo polinomial que permitieran rebajar el tiempo de resolución como, por ejemplo, los algoritmos de Punto-Interior, muy utilizados actualmente, cuyos orígenes son un trabajo de Karmarkar en 1984.

Como decía George B. Dantzing: " Los que mandan generalmente mueven las manos y dicen: "He considerado todas las alternativas". Lo más probable es que no pudiesen estudiar todas las combinaciones".

*Un algoritmo es un conjunto finito de instrucciones o pasos que sirven para ejecutar una tarea o resolver un problema.

Eufrasio Rigaud 
Licenciado en Matemáticas
La Voz de Almería, 16 de julio de 2004

Estimación de la energía solar desde el espacio

Para poder sacar el máximo partido en la ubicación de una central solar, es indispensable tener en cuenta diversos factores como nubosidad, ubicación, absorción atmosférica, etc, los cuales son difíciles de estimar. Una herramienta fundamental en la estimación de la energía solar y, en general, en el desarrollo de las ciencias de la Tierra, es la teledetección espacial. Esta se define como el conjunto de conocimientos y técnicas utilizados para determinar características físicas y biológicas de objetos mediante mediciones desde el espacio, sin el contacto material con los mismos.

Las matemáticas son indispensables para que sea posible la teledetección ya que por ejemplo, satélites meteorológicos como el Meteosat necesitan estar "fijos" en el cielo, es decir, que desde la Tierra siempre parezca que están en el mismo sitio. Pero para eso es necesario buscar una órbita en la que el satélite tarde exactamente un día en dar una vuelta en torno a la Tierra, para determinar esta órbita es necesaria la resolución numérica de ecuaciones orbitales. Por otro lado, las imágenes que toman los satélites suelen contener bastantes errores creando puntos negros, para obtener la imagen correcta es necesario utilizar diversas técnicas matemáticas.

Por tanto, para determinar mediante teledetección la energía solar que alberga un lugar concreto es necesario modelizar la radiación solar que llega en ese punto en todo tipo de condiciones de cielo ya que las nubes son la fuente de variabilidad más importante. Pero su caracterización resulta complicada, ya que no es lo mismo un cielo cubierto por cúmulos (nubes buen tiempo) que por nimboestratos. Es aquí donde el uso de satélites nos puede ayudar, ya que estos son muy eficientes en la detección y clasificación de nubes. El uso de imágenes de satélite nos permite estudiar amplias zonas de la superficie terrestre de una sola vez. Sin embargo no basta con el uso de satélites, también hay que tener en cuenta que de toda la radiación solar que alcanza la atmósfera terrestre, una fracción es reflejada de nuevo al medio interplanetario, otra es absorbida por la propia atmósfera y el resto se transmite hacia la superficie terrestre, la cual puede ser dispersa por aerosoles, pequeñas partículas sólidas o líquidas que se mantienen suspendidas en la atmósfera.

Renato Álvarez Nodarse
Profesor Titular de Análisis Matemático de la Universidad de Sevilla
La Voz de Almería, 31 de julio de 2004

¿Por qué se oye tan bien un CD?

Hoy día estamos acostumbrados a escuchar música de un reproductor de CDs o ver una película en DVD o tirar y almacenar fotografías en las modernas cámaras digitales. Pero ¿qué hay detrás de toda esta tecnología? Por supuesto que mucha ingeniería, pero también mucha matemática.

Escojamos como ejemplo un CD. La música que escuchamos está codificada dentro de ese sencillo disco plateado que todos tenemos en casa. Pero ¿cómo funciona? La idea en apariencia es sencilla. Nuestro grupo u orquesta favorita toca una pieza que graban una serie de aparatos "sofisticados". Ahora bien, la música en sí es un ir y venir de notas (señales) continuas (analógicas) por naturaleza que ahora se van a codificar y "digitalizar" para grabarlas en el CD. La pregunta que todos nos hacemos es ¿cómo algo continuo se puede discretizar sin perder prácticamente ninguna información?

La respuesta a esta pregunta está en la Matemática, concretamente en el Teorema del muestreo de Nyquist-Shannon (así lo llaman los ingenieros) o Wittaker-Kotelnikov-Shannon como habitualmente lo llaman los matemáticos. Su formulación es como sigue: "*Si queremos recuperar una señal analógica a partir de sus muestras debemos tomar éstas con una frecuencia dos veces superior a la mayor frecuencia presente en el espectro de la señal*". Como el oído humano sólo es capaz de percibir frecuencias en el rango de 20 a 20000 Hz entonces, la máxima frecuencia de la señal musical que oímos es de 20000 Hz. Así, si tomamos muestras digitalizadas con una frecuencia de 40000 Hz (en la práctica 44600 Hz) podremos escuchar nuestra pieza favorita casi con la misma calidad con que sonaba en el estudio de grabación. Otra cosa muy distinta es como construir los aparatos que "implementen este teorema". Eso sí que es mucho más complicado que la matemática que nos permite escuchar nuestra sinfonía favorita sin salir de casa imaginando que estamos sentados, por ejemplo, en La Maestranza. Claro que antes debemos haber comprado ¡un buen equipo de música!

Salvador Cruz Rambaud
Profesor Titular de Economía Financiera y Contabilidad de la Universidad de Almería
La Voz de Almería, 20 de enero de 2005

Préstamos hipotecarios: una constante investigación de la matemática financiera

Como es bien sabido, en los últimos años el volumen de préstamos hipotecarios ha aumentado considerablemente, produciéndose un incremento de todos los indicadores de endeudamiento de las familias españolas en la adquisición de bienes inmuebles. El factor clave de este incremento de las hipotecas ha sido el aumento del precio de la vivienda que se ha visto acompañado de una bajada espectacular de los tipos de interés. No obstante, la subida de precios ha sido, en mayor medida, superior a la bajada de tipos por lo que las entidades financieras han reaccionado aumentando el plazo de devolución de los préstamos.

En la actualidad, es imposible captar más clientes para este tipo de operaciones activas basándose en más descensos de los tipos de interés ni en un mayor alargamiento de los períodos de amortización. Por consiguiente, el único margen que queda a las entidades bancarias es flexibilizar la oferta de préstamos hipotecarios, adecuando las diferentes magnitudes de los mismos a las necesidades particulares de cada cliente.

Aunque las instituciones financieras ofertan actualmente multitud de posibilidades a la hora de contratar un préstamo hipotecario, pudiéndose elegir productos cuyos sistemas de amortización subyacentes son clásicos (tipos de interés constantes, términos amortizativos constantes, cuotas de amortización constantes, carencia de intereses y/o capital, etc.), vemos cómo, recientemente, las entidades de crédito, están empezando a ofrecer, entre sus productos, otras modalidades de préstamo hipotecario, a las que llamamos, en términos generales, *préstamos flexibles*, ya que ofrecen al prestatario la posibilidad de elegir el valor de alguna magnitud dentro de un intervalo posible (podemos citar como ejemplo las hipotecas fáciles del BBVA).

Las nuevas líneas de investigación proponen la posibilidad de pagar un determinado porcentaje del importe total en un período inicial, final o intermedio de la vida del préstamo. Esta incorporación es posible a cualquiera de los sistemas clásicos de amortización, además de poder ser combinado con otras alternativas como puede ser la carencia total o de amortización de principal.

Laura Castaño García 
Profesora de Matemáticas e Informática del I.E.S. "Rio Andarax", Almería
La Voz de Almería, 27 de enero de 2005

Pautas matemáticas en el reino vegetal

La distribución simétrica de los pétalos alrededor del borde de una flor, la forma en que las hojas se apilan sobre otras a lo largo de un tallo, las semillas redondeadas de algunas plantas y las curiosas figuras espirales en otras, son ejemplos de la tendencia a la distribución regular de ciertos órganos vegetales, siguiendo números concretos y geometrías espirales. En general, el crecimiento de las plantas obedece a pautas lógicas, que pueden expresarse en forma matemática, orientadas siempre al ahorro de energía. El estudio de las pautas geométricas y numéricas de las plantas se conoce como "*filotaxis*" y ha sido un tema tratado desde muy antiguo (Leonardo da Vinci, Kepler, Goethe). Con mucha frecuencia, la estructura de las plantas implica una curiosa secuencia de números conocida como *sucesión de Fibonacci* : 1,1,2,3,5,8,13,21,…., donde los cocientes entre dos términos consecutivos se aproximan más y más al *número áureo,* Φ (=1,6180339…..). Este número es una de las proporciones que más abunda en el reino vegetal y en general en la Naturaleza. Extraordinariamente las unidades vegetales se suelen disponer a lo largo de *espirales* o *hélices.*

Otro hecho sorprendente lo constituye la distancia angular entre unidades similares a lo largo de la espiral principal. El ángulo que forman es exactamente 137,5º (*ángulo áureo*) que es la medida angular del número áureo.

En el caso de la piña "común y comestible", está formada por elementos hexagonales, formando juegos de tres espirales, las cuales siguen estrictamente la relación 5, 8, 13; 8, 13, 21 o 13, 21, 34.

Una explicación de la numerología de Fibonacci en las plantas la dieron en 1992, dos matemáticos franceses, Y. Couder y A. Douady, justificando que las pautas matemáticas en las plantas surgen en realidad de leyes universales del mundo físico. Sin lugar a dudas, una de las áreas de crecimiento de la ciencia durante este siglo será la *biomatemática.*

Pedro Martínez González
Profesor Titular de Escuela Universitaria de Matemática Aplicada de la Universidad de Almería
La Voz de Almería, 3 de Febrero de 2005

Errores de redondeo: ¿0. 499 ó 0. 5?

Con la utilización del euro, el "redondeo" se ha convertido en un tema de rabiosa actualidad. Los precios se han "redondeado" a múltiplos de 5 céntimos y apenas si utilizamos las monedas de 1 ó 2 céntimos. Sin embargo, el redondeo constituye un tema clásico de estudio del Cálculo Numérico.

Pocos problemas reales pueden resolverse de forma exacta, por tanto, adquiere gran importancia el "*cálculo aproximado*". Frente a la imposibilidad de conocer la solución sin cometer errores, interesa conocer el grado de imprecisión y de qué depende que éste aumente o disminuya.

Algunos métodos numéricos abordan la resolución de problemas de manera directa, sin embargo, éstos no están libres de errores. Se comete el *error de redondeo*: las calculadoras -y ordenadores- no admiten números con infinitos decimales, necesitamos redondearlos. Además, al operar (dividir, multiplicar, restar, etc.) con estos números aproximados se produce una *propagación de errores*.

Existen situaciones en las que el error inicial se propaga fuertemente, obteniéndose un resultado final que difiere del real mucho más que inicialmente. Son las situaciones de *inestabilidad***.** Por ejemplo, un *problema inestable* consistiría en circular por las calles de Madrid en las horas de mayor tráfico: un retraso de 5 minutos en la hora de salida puede significar 30 minutos de retraso en la hora de llegada -aún optimizando la ruta–. Por otra parte, se trataría de un *método inestable* si utilizásemos siempre la misma ruta para desplazarnos, pues de ocurrir un accidente se producirá un "atasco" de difícil y lenta solución en comparación con otras rutas alternativas.

Un famoso problema inestable lo constituyen los sistemas lineales *mal condicionados*. Por ejemplo, son mal condicionados los sistemas: (a) $x + 2y = 3$, $0.499x+1.001y = 1.5$ cuya solución es $x = 1$ e $y = 1$ y (b) $x + 2y = 3$, $0.5x+1.001y = 1.5$ cuya solución es $x = 3$ e $y = 0$. Note que el "pequeño redondeo" efectuado en uno de los coeficientes (0.499 por 0.5) puede ser importante, por ejemplo, si las incógnitas "x" e "y" representan el factor multiplicativo del complemento de productividad que aparecerá, respectivamente, en la nómina de su compañero de oficina y en la suya propia.

José Luis Gómez Pardo 
Catedrático de Álgebra de la Universidad de Santiago de Compostela
La Voz de Almería, 11 de febrero de 2005

La irrazonable efectividad de las Matemáticas

Un paracaidista es arrastrado por el viento y queda enganchado en un árbol. Observa a un paseante y le pregunta ¿Dónde estoy? La respuesta es: "Colgando de un paracaídas en un roble, a tres metros y medio del suelo". Se trata de adivinar la profesión del paseante, que resulta ser un matemático puesto que su respuesta es breve, precisa y completamente irrelevante.

La errónea imagen de las matemáticas presentada por este chiste refleja, no obstante, una percepción bastante extendida pues, aunque las matemáticas están detrás de todos los avances tecnológicos, sin excepción, tienen el problema de ser invisibles a miradas superficiales. El premio Nobel de física Eugene Wigner escribió, en 1960, sobre la "*irrazonable efectividad de las matemáticas*" en las ciencias naturales que, según él, es un fenómeno misterioso y sin explicación racional. Este misterio se acentúa si consideramos algunos objetos matemáticos cuya vida está muy lejana de lo que su nacimiento podría haber hecho suponer.

Un ejemplo son las curvas elípticas, objetos geométricos definidos por ciertas ecuaciones de tercer grado, cuyo origen se remonta a los cálculos para determinar la longitud de un arco de elipse en el siglo XVII. En el siglo pasado jugaron un papel decisivo en la demostración del último teorema de Fermat y están presentes en muchos problemas matemáticos importantes que no tienen relación con las elipses. Pero lo que nadie podría imaginar hace 25 años es que muchos de nosotros terminaríamos usándolas frecuentemente –aunque, probablemente, sin ser conscientes de ello– en teléfonos móviles o tarjetas inteligentes. La idea surgió en 1985, cuando V. Miller y N. Koblitz se dieron cuenta de que estas curvas se podrían usar en criptografía para cifrar la información y obtener firmas digitales. Su ventaja radica en que requieren menos recursos computacionales que otros sistemas para obtener un nivel de seguridad dado, lo que las hace especialmente idóneas para las tarjetas inteligentes, donde la memoria y la capacidad de cálculo disponibles están muy limitadas. Este es sólo un ejemplo más de los inesperados frutos que, a menudo, proporciona la investigación básica.

Amelia V. García Luengo 
Profesora Titular de Escuela de Estadística de la Universidad de Almería
La Voz de Almería, 18 de febrero de 2005

Encuestas y diseños muestrales

El estudio de las poblaciones mediante muestras (grupos representativos de la población) nos permite establecer las propiedades que nos interesan de la población a partir de los datos que seleccionamos de las muestras, es decir, llegamos a conocer el comportamiento de la población mediante los datos obtenidos de la muestra. De hecho, en la actualidad, la correcta utilización de las técnicas del muestreo se ha hecho indispensable para los profesionales de las ciencias en general como la economía, sociología, biología...donde juegan un papel de gran importancia y utilidad por su carácter de rapidez y economía.

Conforme la confianza en el muestreo ha ido aumentando, se ha vuelto común la práctica de confiar en muestras para la recolección de series importantes de datos que se publican a intervalos regulares de tiempo. En parte, esto se debe a la convicción de que, con una población dinámica, un censo a intervalos poco frecuentes proporciona escasa información aprovechable de ciertas características poblacionales.

De aquí se deduce la necesidad de encuestas continuas, que actualicen la información proporcionada por el censo, y que permitan mensual, trimestral o anualmente, obtener estimaciones de determinada característica medible de la población. Así, por ejemplo en una Encuesta de Población Activa interesarán estimaciones actuales y cambios sobre el empleo, desempleo, tamaño y composición de la fuerza laboral y su distribución en los tres sectores fundamentales: agricultura, industria y servicios.

Las circunstancias de la encuesta y las características que se quieran estudiar, son determinantes para elegir el tipo de diseño muestral más adecuado: extraer una nueva muestra en cada ocasión (muestreo *repetido*), utilizar la misma muestra en todas las ocasiones (muestreo *panel*) o realizar un reemplazamiento parcial de unidades de una ocasión a otra (muestreo en *ocasiones sucesivas*). Así, si estudiamos cambios netos conservamos la misma muestra en las dos ocasiones. Sin embargo, para analizar el promedio sobre dos ocasiones obtenemos una nueva muestra para cada ocasión y si se desea estimar un determinado parámetro en la ocasión actual lo más adecuado es el reemplazamiento parcial de la muestra.

Por tanto, pensemos en estas técnicas como algo vivo, previendo todavía un mayor auge de las mismas en el futuro.

Juan Luis Varona
Profesor Titular de Matemática Aplicada de la Universidad de La Rioja
La Voz de Almería, 24 de febrero de 2005

El tiempo atmosférico

Las predicciones del tiempo que oímos por radio o televisión están basadas en un laborioso trabajo de recogida de datos (en el que, desde hace años, intervienen diversos satélites artificiales), con los que se alimentan enormes ordenadores con programas muy especializados. Tras un considerable proceso de cálculo, los ordenadores proporcionan la evolución del tiempo para las siguientes horas o días. Por supuesto, esto debe ser interpretado por los meteorólogos, que son quienes elaboran las predicciones que se divulgan.

Pero esto no es tan fácil como parece. La evolución atmosférica es un proceso complicadísimo, muy difícil de modelar. Y, en realidad, esto es posiblemente lo que mejor se conoce: las ecuaciones de la circulación atmosférica son una serie de ecuaciones en derivadas parciales que, con una aproximación bastante buena, podemos dar por correctas. Una vez que tenemos las ecuaciones, necesitamos las condiciones iniciales (los datos recogidos por los satélites) y de contorno. Aquí entran en juego demasiadas cosas (radiación solar, aire húmedo, temperatura del mar y de atmósfera, topografía del terreno, ..., por citar solo las más sencillas), de las que no siempre se tienen datos fiables.

Las ecuaciones no se pueden resolver de manera exacta, sino que hay que recurrir a procesos numéricos, aproximados, y muy costosos en tiempo de cálculo. Muchas veces hay que simplificar (también de manera aproximada) las ecuaciones. De lo contrario, el ordenador que efectúa los cálculos tardaría más tiempo que la atmósfera en sí en evolucionar; habríamos obtenido "predicciones del pasado".

Y la dificultad fundamental radica en lo que en matemáticas se denomina inestabilidad. La ecuaciones son muy sensibles a las condiciones iniciales. Pequeñas variaciones en los datos hacen que la evolución prevista por las ecuaciones sea muy distinta al cabo de unos pocos días. De esto se percató Lorenz en la década de 1960, y lo bautizó como "efecto mariposa": una perturbación tan débil como el aleteo de las alas de una mariposa puede producir en la otra punta del Globo, un mes más tarde, un efecto considerable, como por ejemplo el desencadenamiento de un ciclón o lo contrario, el término de una tempestad.

Esto hace que las predicciones atmosféricas a largo plazo no tengan ninguna validez. Aunque lográramos considerables mejoras de los ordenadores y los algoritmos, podríamos alargar un poco la predicción, pero no de manera significativa comparado con el incremento de recursos necesario. Es imprescindible seguir investigando en todo esto.

José Manuel Rodríguez Rodríguez
Profesor Asociado de Lenguajes y Computación de la Universidad de Almería
La Voz de Almería, 3 de marzo de 2005

Los números primos

Los matemáticos teóricos de los números consideran los números 'primos' los más importantes de todos, son los átomos de la matemática ya que cualquier otro número natural puede ser creado mediante producto de ellos.

Los números primos son aquellos que sólo son divisibles por sí mismos y por la unidad, como por ejemplo 2, 3, 5, 7, etc. Es una definición simple y sencilla, sin embargo estas pequeñas joyas de las matemáticas han escapado durante siglos a cualquier intento de domesticación. No existe ninguna ley de formación para los números primos y su aparición en la serie de números es absolutamente impredecible, siendo más escasos a medida que crece su valor. No obstante, la lista de números primos es infinita como ya demostrara Euclides (siglo III a. C.), constituyendo uno de los argumentos clásicos de las matemáticas.

Los números primos tienen relaciones con otras ciencias como la biología o la criptografía, de hecho son utilizados para la creación de sistemas criptográficos, que se utilizan en transacciones comerciales e informaciones secretas; por eso son tan codiciados.

Los números primos son fortaleza, integridad al estar constituidos por un solo elemento numérico no una combinación o producto de varios. Cuanto mayor es el número primo más apreciado es. Una de las tareas que más tiempo ocupa a los grandes sistemas de ordenadores es el cálculo de números primos cada vez mayores para obtener un número, que sirva a su vez, para cifrar mensajes de manera que luego sea muy complicado descifrarlos.

Por otra parte, la reproducción de ciertas especies animales y vegetales está regulada por un "reloj biológico" interno, que no es corregido por las circunstancias ambientales exteriores. La floración del bambú está reglada por períodos de años relacionados con números primos. La ninfa de la cigarra tiene un ciclo vital de 17 años.

Las cuestiones que inquietan a los zoólogos es: ¿por qué el ciclo vital de la cigarra es tan largo?, ¿qué quiere decir que el ciclo vital sea un número primo de años? Parece ser que la razón no es otra que dar algún tipo de ventaja para la conservación de la vida.

Lieven Le Bruyn
Profesor del Departamento de Matemáticas de la Universidad de Amberes (Bélgica)
La Voz de Almería, 10 de marzo de 2005

ISBN numbers and modular arithmetic

How to sell modular arithmetic to persons only interested in literature? Well, try to explain the structure of ISBN-numbers.

The ISBN-number (International Standard Book Number) is a number which marks any book unmistakably and which contains a lot of information about the ambitions and location of the book's publisher**.** It consists of ten digits divided into four parts, separated by hyphens. For example, take 90-809390-1-3. The first part is the group identifier for a country, area or language area participating in the ISBN system. For the Netherlands and the Flemish speaking part of Belgium this identifier is 90. The second part is the Publisher Identifier or prefix and its length varies depending of the publisher’s estimated production.

The shorter the prefix the more numbers were reserved for that publisher by the local ISBN agency. For NeverEndingBooks.org this prefix is 809390 which tells that we intend to publish only ten books. You can apply for a series of 100, 1000 or even 10000 ISBN-numbers but the money needed increases quickly.

The third part is the title identifier which distinguishes that book among the ones edited by the same publisher. For our first book it is just 1.

And, returning to modular arithmetic, the fourth part is a check digit, used to detect possible errors in the writting and/or reading of the ISBN number. It is calculated modulo 11 (using the possible remainders when dividing by 11) in the following way: the first ISBN digit is multiplied by 10, the second one by 9, the third one by 8 and so on. Then the resulting products are added up. In our example we have
90+0+64+0+54+15+36+0+2=261. We next compute the remainder of dividing the number so obtained by 11. The remainder of dividing 261 by 11 is 8. Finally the check digit is 11 minus this remainder**.** In our example the check digit should be11-8=3. If ten would occur as a check digit, then X is used in lieu of 10.

(Versión traducida por Juan Cuadra Díaz que apareció en el periódico)

ISBN y aritmética modular

¿Cómo se puede convencer a las personas interesadas sólo en literatura de la importancia de la aritmética modular? Por ejemplo, explicándoles la estructura del número ISBN de un libro. El número ISBN (International Standard Book Number) de un libro es un número que identifica inequívocamente al libro y que contiene información sobre la ubicación y la producción del editor. Consta de diez dígitos agrupados en cuatro bloques separados entre sí por guiones. Consideremos por ejemplo el número 90-809390-1-3. El primer bloque del número ISBN corresponde a un *país o área geográfica o lingüística* miembro del sistema ISBN. El 90 es el identificador del área de habla holandesa. El segundo bloque es el *identificador del editor o prefijo* y su longitud varía según la producción estimada del editor. Cuanto más corto sea el prefijo mayor cantidad de números ISBN habrán sido reservados para ese editor por la agencia nacional de ISBN. Para nuestra editorial NeverEndingBooks.org el prefijo es 809390, de lo que se deduce que sólo pretende publicar diez libros. Se pueden solicitar series de 100, 1000 o incluso 10000 números ISBN pero su coste aumenta rápidamente. El tercer bloque es el *identificador del libro como tal* que lo distingue del resto de libros publicados por el mismo editor. En el ejemplo es 1, lo que quiere decir que es el primer libro que publica nuestra editorial.

Y volviendo a la aritmética modular, el cuarto bloque es un *dígito de control* que sirve para detectar posibles errores en la lectura y/o escritura del número ISBN. Dicho dígito se calcula módulo 11 (usando los posibles restos obtenidos al dividir entre 11) del siguiente modo: el primer dígito del número ISBN se multiplica por 10, el segundo por 9, el tercero por 8 y así sucesivamente. Después se suman los resultados de todas estas multiplicaciones. En el ejemplo anterior resultaría 90+0+64+0+54+15+36+0+2=261. Se halla a continuación el resto de dividir el número obtenido entre 11. Si se divide 261 entre 11 el resto es 8. Finalmente el dígito de control será 11 menos dicho resto. En el ejemplo el dígito de control es 11-8=3. Cuando el dígito de control resulta 10 se sustituye por X.

María Elena Vázquez-Abal
Profesora Titular del Departamento de Geometría y Topología de la Universidad de Santiago de Compostela
La Voz de Almería, 19 de marzo de 2005

Mujeres y Matemáticas

El derecho a estudiar, a tener acceso al conocimiento es algo que la humanidad aún está lejos de conseguir. Las mujeres hemos sido, y somos, mayoría entre la población que sufre esta carencia. Lo que comentaré en estas líneas es una parte insignificante, no por ello carente de importancia, de la historia de las mujeres que han luchado por salir de la ignorancia.

Ya en tiempos de Hipatia (370-415) en la antigua Grecia, las mujeres eran excluidas del trabajo intelectual. Esta matemática tuvo la suerte de ser hija del liberal, matemático y filósofo, Theón de Alejandría, que la introdujo en el mundo del conocimiento de la geometría, la astronomía, la lógica, la filosofía y la mecánica. Ser pagana, científica y política influyente hizo que la asesinaran y que con ella muriese parte de la intelectualidad Helénica.

La combinación peligrosa de mujer y matemática también se dio en Sophie Germain (1776-1831). Esta autodidacta tuvo que hacerse pasar por hombre para poder participar de los conocimientos que se impartían en la Escuela Politécnica de París (que excluía completamente a las mujeres). Sophie a los 18 años presentó un trabajo con el nombre de Auguste Leblanc que impresionó al propio Lagrange. Murió poco antes de recibir el Doctorado Honoris Causa por la Universidad de Gottinga.

Algunas mujeres utilizaron estrategias para poder "estudiar" matemáticas. Sonya Kovalevsky (1850-1891) se casó con Vladimir Kovalevsky para viajar a Alemania (no estaba socialmente admitido que una mujer soltera viajase sola) ya que las universidades rusas estaban vetadas a las mujeres. La estratagema no funcionó, pero la compensación llegó en 1874 con un doctorado en Matemáticas.

La persecución del conocimiento científico por ésta y otras mujeres fue causa de ser ellas mismas objeto de persecuciones. Emmy Noether (1882-1935), además fue perseguida por los Nazis y obligada a abandonar Alemania en 1933. Estudiosa de los fundamentos axiomáticos del Álgebra, no fue nombrada profesora universitaria hasta su exilio en U.S.A.. Albert Einstein escribió su necrológica en el New York Times "*A juicio de los más competentes matemáticos de hoy, la señorita Noether fue el más significante y creativo genio matemático que se ha producido desde que la educación superior de las mujeres comenzó*".

Aunque nuestra universidad es muy diferente (las aulas de las facultades europeas de matemáticas están ocupadas en más de un 50% por mujeres), el problema ahora está en el acceso a los cuadros de profesorado.

Sirva esta breve reflexión para reconocer que las "mujeres matemáticas" han luchado para que se les otorgara la posibilidad de ENTENDER la ciencia.

José Luis Rodríguez Blancas
Profesor Titular de Geometría y Topología de la Universidad de Almería

Moisés Villegas Vallecillos
Estudiante de segundo ciclo de la Licenciatura de Matemáticas de la Universidad de Almería

La Voz de Almería, 1 de abril de 2005

¡El ADN está anudado!

La estructura en doble hélice de las moléculas de ADN humano fue descubierta por Watson y Crick en los años 50. Con un diámetro de 2 nanómetros (1 nanómetro=0.000000001 metros) y hasta varios centímetros de largo, estas largas cadenas se encuentran muy condensadas y enmarañadas en los núcleos de las células. En los procesos de replicación, transcripción y recombinación, estas moléculas de ADN se anudan, superenrollan (como ocurre con el cordón de un teléfono) y se enlazan unas con otras. Las "topoisomerasas" son unas enzimas especializadas que facilitan la ejecución de estos procesos vitales, cortando en puntos estratégicos las cadenas de ADN, y uniéndolas de nuevo convenientemente, o pasando tramos de cadenas a través de otros, mecanismos éstos que permiten deshacer nudos o corregir los superenrollamientos. En ocasiones es deseable conocer el modo exacto en el que actúa una topoisomerasa. Para ello, se realizan experimentos con cadenas cíclicas aisladas de ADN que, al no tener cabos sueltos, es imposible que se desenreden sin actuar la topoisomerasa. Este tipo de ADN es frecuente en bacterias y virus, e incluso en las mitocondrias de células humanas.

Los trabajos pioneros de los matemáticos Ernst y Sumners de principios de los 90, abrieron un campo de colaboración muy fructífero entre bioquímicos y matemáticos, en donde la teoría matemática de nudos juega un papel crucial. Un *nudo* es básicamente una cuerda unida por sus dos extremos. Los nudos se descomponen en configuraciones más sencillas llamadas *enredos*. Cada enredo está formado por dos cuerdas contenidas en una esfera con sus extremos en cuatro puntos fijos del ecuador. Existe una aritmética muy avanzada de enredos y, cómo no, programas de ordenador que permiten realizar cálculos muy complicados. En la modelización matemática de ciertos experimentos con cadenas cíclicas de ADN, se plantean sistemas de ecuaciones de enredos, de los cuáles se conocen parte de ellos por observación a través de telescopio electrónico, antes y después de la acción de la topoisomerasa. La solución del sistema determina en muchas ocasiones cómo opera la enzima.

Cabe decir que el conocimiento de los mecanismos enzimáticos es fundamental en la síntesis de agentes "venenosos" que frenan o inhiben la actividad de estas encimas, obstaculizando así la reproducción celular. Estos agentes son los que luego se utilizan en la preparación de antibióticos o medicamentos anticancerígenos.

Juan Jesús Roldán García
Profesor de Matemáticas del I.E.S. Aguadulce (Almería)
La Voz de Almería, 14 de abril de 2005

UNA FUENTE DE PROBLEMAS

Resolver problemas es una de la tareas más importantes de las que se encargan los matemáticos. Entre los problemas que aparecen con más frecuencia en diversos ámbitos es el de la optimización. Optimizar es hacer máximos ó mínimos los valores de una determinada función. Así, en las empresas se pretenden hacer máximos los ingresos y mínimos los gastos. En la toma de decisiones óptimas a veces basta con la experiencia o el sentido común, sin embargo, otras veces es necesario crear modelos matemáticos que permitan analizar los problemas de una manera más sencilla.

Aunque el optimizar es un problema tan antiguo como el ser humano, a lo largo de la historia se han ido planteando situaciones cada vez más sofisticadas que han necesitado sólidas bases matemáticas. En el siglo XVII la introducción del concepto de derivada propició el desarrollo del Cálculo Diferencial que proporcionó y sigue proporcionando técnicas matemáticas para abordar algunos problemas de optimización. A mediados de siglo XX se desarrolló la Programación Lineal basada en varios algoritmos como el de simplex que con la aparición de los ordenadores se han podido aplicar a una gran variedad de problemas de economía e ingeniería que contienen muchas variables.

A continuación se citan algunos problemas de optimización que se han ido resolviendo total o parcialmente a lo largo del pasado siglo: planificar un transporte de mercancías de varios orígenes a varios destinos para que los gastos sean mínimos o para realizarlo en el menor tiempo posible, buscar en la red de carreteras la ruta más corta entre dos ciudades, planificar rutas alternativas para la circulación en horas punta y evitar los embotellamientos de tráfico; y diseñar el tendido de una nueva línea telefónica para que salga lo más barata posible.

Finalmente, se plantea a modo de anécdota un pequeño problema que puede ser resuelto simplemente aplicando el sentido común: tenemos almacenados 420 litros de gasolina que queremos trasladar a otro almacén que se encuentra a 1050 Km de distancia a través del desierto. Para ello sólo disponemos de una vieja motocicleta que puede llevar como máximo 105 litros de combustible (incluyendo la del depósito) y que gasta 10 litros cada 100 Km. Evidentemente, si partimos con 105 litros de gasolina, al recorrer los 1050 Km el consumo de la moto agotará el combustible y llegaremos sin nada. ¿Se podría trazar una estrategia para llegar al almacén con la mayor cantidad de gasolina posible?. ¿Se puede llegar con 71 litros de gasolina?

Carlos Criado 
Profesor Titular de Física Aplicada de la Universidad de Málaga
La Voz de Almería, 21 de abril de 2005

La forma del Universo

El comienzo de la cosmología moderna está ligado al astrónomo americano Edwin Hubble. En 1929 Hubble descubrió que las galaxias se están alejando unas de las otras, es decir que el universo no es estático sino que está en expansión. De ahí se sigue que el universo tuvo que tener un principio, al cual se le ha denominado Big Bang. La Relatividad General de Albert Einstein proporciona modelos para explicar esa expansión. En esta teoría la fuerza de la gravitación es sustituida por la curvatura del espacio-tiempo. La curvatura dice cómo ha de moverse la materia y a su vez la materia determina la curvatura.

De la Relatividad General se deduce que para el caso en que la densidad media de masa-energía del universo sea mayor que un cierto valor crítico, el universo sería cerrado y finito, correspondiendo a una esfera tridimensional, que es el análogo en tres dimensiones de la superficie de una pelota ordinaria (¡que es bidimensional!). Pero mientras que la pelota la visualizamos inmersa en un espacio tridimensional, nuestro universo esfera tridimensional no estaría dentro de ningún otro espacio: él sería todo el espacio. Esta esfera tridimensional se estaría expandiendo a partir de una singularidad puntual. La velocidad de la expansión sería cada vez menor debido a la atracción gravitatoria, llegando un momento en que la expansión se detendría y a continuación comenzaría el proceso inverso hasta acabar todo el universo concentrado de nuevo en una singularidad. En este universo se tienen propiedades muy distintas a las del espacio euclídeo ordinario; así, los caminos más cortos ya no son las rectas, la suma de los ángulos de un triángulo es mayor que 180º y la longitud de una circunferencia dividida por su diámetro es menor que Pi.

Para el caso en que la densidad media sea menor que la crítica, el universo sería abierto e infinito. En un universo así la suma de los ángulos de un triángulo es menor que 180º y la longitud de una circunferencia dividida por el diámetro es mayor que Pi. En este caso el universo también se expande cada vez más lentamente, pero la atracción gravitatoria no es lo suficientemente fuerte como para lograr detener la expansión, por lo que ésta continuará indefinidamente. Hay un último caso límite que corresponde a una densidad igual a la crítica. En este caso el universo es plano, abierto e infinito, se expande indefinidamente, y en el límite la velocidad de expansión tiende a cero.

José Antonio Rodríguez Lallena
Catedrático de Matemática Aplicada de la Universidad de Almería
La Voz de Almería, 30 de abril de 2005

Datos, estadísticas y predicciones: ¿se equivocan las Matemáticas?

La realidad del mundo actual suele calificarse de diferentes modos, según el punto de vista personal o el prejuicio profesional del que pretende describir la sociedad en que vivimos. Para unos, vivimos en la "era de las telecomunicaciones", otros nos hablan de la "sociedad mediática", del "mundo globalizado", de la "época posmoderna", etc. Desde mi modesto punto de vista, yo creo que vivimos en la "época de los datos". Nunca antes se había prestado tanta atención a los datos como hoy; éstos se recogen y se procesan sobre una enorme variedad de realidades (algunas de dudosa importancia). Muchas de las decisiones políticas, publicitarias, empresariales y de muy diversa índole se toman tras el análisis de los datos de que se dispone. La tarea de optimizar la información que puede extraerse de ellos ha requerido la utilización de técnicas matemáticas y estadísticas clásicas así como el continuo diseño de otras nuevas. El desarrollo de la informática ha contribuido enormemente en todo este proceso, tanto para la recogida y almacenamiento de los datos como para la aplicación de esas técnicas matemáticas (que suelen requerir un elevado número de operaciones).

Con frecuencia los datos se utilizan para realizar predicciones, muchas veces basadas en modelos matemáticos y en métodos estadísticos. En la esencia de esos modelos y métodos está la inexactitud: la realidad es mucho más rica que las Matemáticas. Sin embargo, parte importante del progreso científico se ha fundamentado en esa aproximación de la realidad que ofrece la Matemática.

¿Por qué entonces nos hemos visto engañados tantas veces por esas predicciones supuestamente rigurosas (pensemos por ejemplo en algunos sondeos electorales)? ¿Acaso fallan las Matemáticas? Las respuestas son múltiples, pero aquí solamente señalaré dos. En primer lugar, las predicciones de los modelos matemáticos están sometidas siempre a una condición básica: que las condiciones sobre las que se construyó el modelo no cambien. Así, algunas predicciones catastrofistas del pasado acerca de la superpoblación se basaron en que la tasa de fecundidad de la población mundial se mantendría estable en un alto nivel (y no ha sido así), y tampoco se contó con que la tecnología multiplicaría la producción de alimentos. En segundo lugar, aunque las Matemáticas no fallen, pueden ser manipuladas de muchas formas (a veces, basta un simple cambio de escala en un gráfico para que éste parezca que dice otra cosa). Desgraciadamente, esto ocurre demasiadas veces en el mundo de hoy, pero esto tendré que contarlo en otra columna.

José Escoriza López
Profesor Titular de Álgebra de la Universidad de Almería
La Voz de Almería, 6 de mayo de 2005

CINE Y MATEMÁTICAS

El cine ha permitido divulgar la cultura matemática de diferentes modos. Las Matemáticas como reto, esto es, resolución de un problema, aparecen en "Cube" (Vicenzo Natale, 1997), donde el conocimiento de la descomposición de un número en factores primos ayuda a los seis protagonistas a sobrevivir en un laberinto de celdas cúbicas con trampas mortales. En "Pi: fe en el caos" (Darren Aronofsky, 1998), el desafío es encontrar un patrón que explique las variaciones de la Bolsa de Nueva York y, por extrapolación, de cualquier fenómeno caótico (un fenómeno es caótico si un leve cambio en las condiciones iniciales produce resultados muy distintos). En la película, aparecen referencias al número áureo, a los números irracionales, a la secuencia de Fibonacci y a las vidas de Euclides, Pitágoras y Arquímedes. Un joven matemático bonaerense resuelve el problema de la aparente desaparición de un tren del Metro en "Moebius" (Gustavo Mosquera, 1996), gracias a sus conocimientos sobre la superficie llamada banda de Moebius. Las propiedades de esta superficie y algunas nociones generales sobre Topología pueden apreciarse en esta obra.

Otras veces se relata la vida de ilustres matemáticos como la de John F. Nash, que obtuvo el premio Nobel de Economía en 1994. En "Una mente maravillosa" (Ron Howard, 2001) se habla de Criptografía y de Teoría de Juegos aplicada al mundo comercial.

Las Matemáticas son casi decorativas en el argumento de muchas otras películas y muy frecuentemente son una forma de expresar complejidad o genialidad. Pueden ser citadas "El indomable Will Hunting" (Gus van Sant, 1997) donde aparecen ligados los conceptos de rebeldía y genialidad en la personalidad del matemático, "Parque Jurásico" (Steven Spielberg, 1991) en la que se requieren los servicios de un experto en Teoría de Probabilidad y en Teoría del Caos, "Una montaña en la cara oculta de la luna" (Lennart Hjulstrom, 1983) que muestra la doble dificultad de ser mujer e intelectual en la sociedad de la época, "Perros de paja" (Sam Peckinpah, 1971) y "Presunto inocente" (Alan J. Pakula, 1990) donde se refleja el gusto por la investigación del matemático. Otro ejemplo es "In the Navy" (Arthur Lubin, 1941) que muestra cómo los cómicos Abbot y Costello usan la Matemáticas como herramienta de humor.

Acabemos con una "toma falsa": en "Pi: fe en el caos", en las escena en que aparecen las cifras decimales del número pi, las ocho primeras son correctas, pero a partir de la novena no lo son.

Antonio J. Durán Guardeño
Catedrático de Análisis Matemático de la Universidad de Sevilla
La Voz de Almería, 12 de mayo de 2005

EL QUIJOTE Y LAS MATEMÁTICAS

Cervantes sintetizó en un puñado de frases, dispuestas aquí y allí en El Quijote, dos de las características más sustantivas de las matemáticas: las tenía Cervantes por certeras y útiles o, usando casi sus mismas palabras, por indubitables y necesarias.

En boca de Lotario puso Cervantes las siguientes razones: a los moros «no se les puede dar a entender el error de su secta con las acotaciones de la Santa Escritura, […] sino que les han de traer ejemplos palpables, fáciles, intelegibles, demonstrativos, indubitables, con demostraciones matemáticas que no se pueden negar, como cuando dicen: "Si de dos partes iguales quitamos partes iguales, las que quedan también son iguales"» (Cap. xxxiii, Primera Parte). Sentencia esta última que Cervantes pudo tomar de Aristóteles (*Analíticos segundos*) aunque también de los *Elementos* de Euclides, donde aparece como una de las cinco nociones comunes que abren el inmortal libro de geometría.

Nos enseñó don Quijote que la de la caballería andante «es una ciencia […] que encierra en sí todas o las más ciencias del mundo, a causa de que el que la profesa ha de ser jurisperito […]; ha de ser teólogo […]; ha de ser médico […]; ha de ser astrólogo […]; ha de saber matemáticas, porque a cada paso se le ofrecerá tener necesidad dellas» (Cap. xviii, Segunda Parte).

No fue extraño en tiempos de Cervantes escuchar razón tan atinada, como la que él puso en boca de su caballero, de por qué hay que saber matemáticas. Y, de hecho, la mayor parte de las instituciones donde se cultivaron durante el siglo XVI —*Casa de la Contratación* sevillana, *Academia de Matemáticas* de Felipe II, ...— se crearon por las necesidades científico técnicas del Imperio; las matemáticas fueron especialmente apreciadas en la navegación —y temas relacionados: astronomía, cosmografía, náutica, fabricación de instrumentos, …—, la guerra —artillería, fortificaciones, …— y, también, en el cálculo mercantil. Lástima que ese impulso inicial no tuviera luego continuidad, y hasta muy recientemente no se esté volviendo a entender en España que las matemáticas además de certeras son, sobre todo, necesarias.

Enrique Macías Virgós 
Profesor Titular de Geometría y Topología de la Universidad de Santiago de Compostela
La Voz de Almería, 19 de mayo de 2005

LA GEOMETRÍA DEL UNIVERSO

Los griegos clásicos sabían que la Tierra es redonda. En el siglo III a.C. Eratóstenes calculó aproximadamente el radio de nuestro planeta, comparando la longitud de la sombra de una estaca en diferentes ciudades.

Otra cosa distinta es cómo se imaginaban los griegos el espacio que nos rodea y en el que la Tierra se desplaza. Desde luego veían tres dimensiones: largo, ancho y alto. Les parecía indiscutible que la luz se mueve en línea recta. Los griegos desarrollaron la geometría correspondiente a esa imagen del mundo, a partir de una serie de postulados (verdades que parecen evidentes). Esta geometría clásica está recogida en los Elementos de Euclides, que durante 2000 años fueron no sólo un modelo de rigor, sino que nadie dudaba que describían las propiedades del universo en que vivimos.

Pero ¿qué es una recta? Si un marino navega con rumbo Sur, le parecerá que se mueve en línea recta, y sin embargo está moviéndose por un meridiano (línea que une los dos polos), que está curvado porque la superficie de la Tierra es curva. Claro que esto sólo puede apreciarse si somos capaces de ver o imaginar la Tierra desde fuera.

En el siglo XIX comenzó a entenderse que si fuésemos capaces de imaginar el Universo (de tres dimensiones) desde fuera, tal vez los rayos de luz no fuesen rectos y tal vez el Universo estuviese curvado, signifique lo que signifique eso. Aunque muchos matemáticos estaban convencidos de que esto tenía que ser rigurosamente imposible por deducción lógica, hacia 1825 Bolyai, Gauss y Lobachevski probaron que podía haber geometrías no euclidianas, tan rigurosas como la clásica, pero diferentes.

Posteriormente, matemáticos y físicos como Riemann, Poincaré, Lorentz y Einstein descubrieron que el Universo era más complejo de lo que parecía. Si querían explicarse determinados experimentos sobre la velocidad de la luz, había que considerar el tiempo como una cuarta dimensión, enrevesadamente unida a las otras tres en lo que ahora llamamos el espacio-tiempo. Finalmente, a principios del siglo XX, la teoría de la relatividad general explicó por qué el Universo está curvado y cómo sentimos nosotros su curvatura: la llamamos fuerza de la gravedad.

Giovanna Carnovale 
Profesora del Departamento de Matemática Pura y Aplicada de la Universidad de Padua , Italia
La Voz de Almería, 28 de mayo de 2005

A MATHEMATICAL HERO: EVARISTE GALOIS

Mathematicians are usually described as boring, fuzzy and absent-minded. This image does not suit Evariste Galois, the founder of one of the most important mathematical theories. His life, short, intense and unlucky, deserves to become a plot for a movie. He was born on 25 October 1881 in Bourg-la-Reine, a small town near Paris. He inherited from his parents the hatred for cowardice and tyranny and his life was a persevering fight against the establishment. He tried to join the academic community but was repeatedly unsuccesful. He applied for the prestigious E'cole Polyt'echnique but failed twice. His second entrance exam might give an idea of his personality. An examiner, being wrong, contradicted Galois, who, overcome by frustration, lost his temper and threw the eraser against him! He also tried to enter in the Academie des Sciences. He submitted a manuscript containing his first results to the renowned Cauchy to present them in the academy, but he lost them. The secretary who received a second manuscript died before reading it and the paper disappeared. Finally, Poisson rejected a third one judging it incomprehensible. His mathematical ideas were probably too modern, he was neglected or misunderstood by the important mathematicians of his time.

Simultaneously to his mathematical activity Galois lead a social agitator's life, defending the ideals of French revolution in the unstable political situation of Paris at that time. He was expelled by his school for sharply criticizing the Headmaster, who had locked all students in order to prevent them from participating in the 1830 revolution. He was imprisoned twice: first time, for a threatening toast to King Louis-Philippe with a knife in his hand, and the second one for precautional reasons. Shortly after his release he was involved in a pistols' duel for a "matter of honour" (there was a woman behind it sowehere although it seems that it was a trap prepared by the police). The night before the duel, knowing that he was going to die, he wrote a letter with his mathematical discoveries to a friend. Galois Theory, which would have a great impact in modern mathematics, was so born. Among its many applications, this theory allows to solve one of the oldest problems in mathematics proposed by the Ancient Greeks: there is no procedure, using only straight-edge and compasses, to divide any given angle in three equal parts. He died after the duel on 30 May 1832 at the age of 20. The world lost an extremely brilliant and precious mathematical mind.

(Versión traducida por Juan Cuadra Díaz que apareció en el periódico)

EVARISTE GALOIS, UN HÉROE MATEMÁTICO

Los matemáticos a menudo son descritos como personas aburridas, desordenadas y despistadas. Evariste Galois, fundador de una de las más importantes teorías matemáticas, no encaja en este estereotipo. Su vida, corta, intensa y desafortunada merece ser el argumento de una película. Nació el 25 de octubre de 1811 en Bourg-la Reine, una pequeña localidad cercana a París. Heredó de sus padres el odio por la cobardía y la tiranía, y su vida fue una lucha constante contra el poder establecido. Sus intentos por entrar en la comunidad académica fracasaron. Primero solicitó entrar en la prestigiosa Escuela Politécnica pero suspendió dos veces. En su segundo examen de ingreso, en una discusión matemática con un examinador, Galois perdió los estribos y le tiró un borrador a la cabeza. Esto da una idea de su temperamento. Después intentó entrar en la Academia de Ciencias de Paris. Envió un trabajo con sus primeros resultados al renombrado Cauchy para que los presentara en la academia, pero éste los perdió. Envió un segundo trabajo, que desapareció al morir el encargado de examinarlo. Más tarde, otro destacado matemático, Poisson rechazó un tercer trabajo tachándolo de incomprensible. Las ideas matemáticas de Galois eran demasiado modernas para la época y no fueron comprendidas por los matemáticos más importantes de su tiempo.

Paralelamente a su actividad matemática Galois llevó una vida de agitador social, defendiendo los ideales de la revolución francesa en la inestable situación política del Paris de la época. Fue expulsado de la escuela por sus duras críticas al director, quien encerró a los estudiantes para evitar que participasen en la revolución de 1830. Fue encarcelado dos veces, la primera de ellas por brindar, cuchillo en mano, profiriendo amenazas al rey Luis Felipe. Tras su segunda estancia en la cárcel se vio envuelto en un asunto de faldas que acabó en un duelo a pistola (parece ser que todo fue una trampa preparada por la policía). Sabiendo que iba a morir, la noche antes del duelo escribió una carta con sus descubrimientos matemáticos. Así nació la Teoría de Galois, de enorme impacto en la matemática moderna. Entre sus muchas aplicaciones, esta teoría permitió resolver uno de los problemas más antiguos de la matemática, la trisección del ángulo, propuesto por los griegos: no hay un procedimiento, usando sólo regla y compás, para dividir un ángulo en tres partes iguales. Galois murió por las heridas producidas en el duelo el 30 de mayo de 1832 a la edad de 20 años. El mundo perdió una brillante y preciada mente matemática.

Alicia María Juan González 
Profesora Titular de Estadística de la Universidad de Almería
La Voz de Almería, 4 de junio de 2005

DEL GRANO DE POLEN A WALL STREET: EL MOVIMIENTO BROWNIANO

Se llama así al movimiento aparentemente caótico que cualquier partícula de pequeño tamaño experimenta como consecuencia del choque con los átomos y moléculas del gas o del líquido en que ésta se encuentra. Este movimiento fue observado por primera vez en 1827 por el botánico escocés Robert Brown durante sus investigaciones sobre el polen de las plantas. Observó al microscopio que los granos de polen suspendidos en agua tenían un movimiento caótico e incesante, y que las motas de polvo suspendidas en el aire tenían un comportamiento similar.

No se sabía la naturaleza de este movimiento. ¿Se debería a fuerzas eléctricas, o al calentamiento no uniforme por luz, o a diferencias de presión?. Más tarde, se descubrió que el movimiento dependía de la temperatura, del tamaño de la partícula y de la viscosidad del líquido, pero no de la luz ni de la electricidad.

En 1877 el científico francés Delsaux sugirió que el movimiento se debía al bombardeo de las partículas por pequeñas moléculas del líquido. Dado que en aquella época, los científicos no se ponían de acuerdo sobre la existencia real del átomo y se desconocía la estructura interna de la materia, el movimiento aleatorio bajo la influencia de una fuerza "desconocida" de un grano de polen flotando en el agua, causó cierta sorpresa.

En 1905, Einstein logró explicarlo, desde la termodinámica. Él afirmaba que si unas partículas pequeñas se suspenden en un líquido, se moverán en una forma errática y aleatoria como consecuencia de múltiples colisiones casuales de unas partículas invisibles mucho más pequeñas. De esta forma, proporcionaba una evidencia experimental de la existencia del átomo, mostrando que estos tienen un tamaño finito, y dedujo, por métodos estadísticos, una ecuación para calcular el desplazamiento promedio de la partícula grande como función del tiempo, pero obviando los complicados caminos en zig-zag de la partícula.

En 1923, el matemático estadounidense Norbert Wiener deduce el modelo matemático preciso y riguroso que describe la trayectoria y posición de la partícula a través del tiempo, y en el que maneja la noción de probabilidad como "medida", idea que utilizaría el matemático ruso Kolmogorov en 1933 para desarrollar la *teoría de la probabilidad.*

Actualmente, las aplicaciones de dicho modelo son múltiples: describe las trayectorias de las moléculas dentro de una célula (las membranas celulares), los motores moleculares, el tráfico de vehículos, las fluctuaciones del precio de las acciones en los mercados financieros, ...

Edith Padrón Fernández
Profesora Titular de Geometría y Topología de la Universidad de La Laguna
La Voz de Almería, 18 de junio de 2005

Emmy Noether: la dama de la matemáticas del siglo XX

En el año mundial de la Física, que mejor que recordar a una de las matemáticas más deslumbrantes del siglo XX cuya influencia hoy es indiscutible en el desarrollo de la Física-Matemática. Dedicándose a la matemática más abstracta, Emmy Noether propuso sus dos famosos teoremas en los que intenta buscar una explicación a la existencia de cantidades conservadas en Física. Sus trabajos muestran que para gran parte de los sistemas físicos, la simetría da lugar a estas leyes de conservación. Amalie, este era su verdadero nombre aunque todos la conocían por Emmy, trabajó con los más eminentes matemáticos de la época: Hilbert, Klein, Ostrowski, Minkowski, Weyl, Blumenthal, Zermelo, Alexandroff, ... Todos ellos reconocieron su valía como matemática resaltando su capacidad de abstracción y de abordar los problemas desde un marco de generalidad que le permitía tener una visión de los mismos mucho más clarificadora. Noether no lo tuvo fácil en su carrera investigadora. En ocasiones, el ser mujer fue un inconveniente que ella superó con su trabajo y persistencia. Asistió como oyente a clases de matemáticas en la Universidad de Erlangen (Alemania): en las Universidades alemanas no estaba permitido que las mujeres se pudieran matricular como alumnas oficiales. A pesar de ello, fue la segunda mujer matemática en doctorarse en una Universidad alemana. Sin embargo, esto no le abrió las puertas de la docencia universitaria: las mujeres no podían acceder al cuerpo de profesorado universitario. Pero estos convencionalismos sociales no impidieron que Emmy siguiera produciendo matemáticas. Como resultado de sus investigaciones, fue invitada por David Hilbert y Félix Klein al Instituto de Matemáticas de Gotinga, la Meca de las Matemáticas de la época. Intentaron desde el Instituto que la Universidad de Gotinga ofreciera a Noether una plaza como profesora del centro pero nuevamente el ser mujer fue un gran impedimento. Emmy fue paciente y después de unos años colaborando con los investigadores del Instituto consiguió un puesto como profesora, primero sin salario y posteriormente con remuneración. Parecía entonces que su situación profesional se normalizaba. El reconocimiento del mundo matemático de su trabajo investigador era unánime, siendo invitada a los congresos más prestigiosos del momento. Pero la intransigencia cultivada por el Nacional Socialismo hacia los judíos la obligó a exiliarse a Estados Unidos donde colaboró con el Instituto de Estudios Avanzados de Princeton. Allí conoció a Einstein y allí murió en 1935 a los 54 años de edad dejando tras de si un gran número de discípulos continuadores de sus investigaciones.

Juan Cuadra Díaz
Profesor Titular de Álgebra de la Universidad de Almería
La Voz de Almería, 15 de julio de 2005

Conjetura de Goldbach, aún sin resolver

En el año 2000 la conocida editorial británica "Faber and Faber" publicó una novela titulada "Uncle Petros and Goldbach's conjecture'' escrita por el autor griego Apostolos Doxiadis. La novela narra de manera extraordinaria la historia de un prometedor matemático que arruina su carrera y su propia vida al obsesionarse con resolver uno de los problemas más difíciles de la matemática, la *conjetura de Goldbach*. La editorial diseñó una ingeniosa campaña publicitaria para esta nueva novela, ofrecería un premio de un millón de dólares a quien resolviese, en un plazo máximo de dos años, esta conjetura. La novela fue un *bestseller* y se tradujo a 15 idiomas, entre ellos, el español. Sin embargo, nadie reclamó el premio.

Aunque posee un enunciado sencillo, accesible a cualquier persona con conocimientos elementales de aritmética, la conjetura de Goldbach ha resistido los intentos de resolverla de los más brillantes matemáticos. El 7 de Junio de 1742 el matemático prusiano Christian Goldbach, en una carta dirigida al gran matemático Leonhard Euler, formuló la conjetura que lleva su nombre y que afirma que *todo número par mayor o igual que 4 es suma de dos números primos*. Recordemos que un número es primo si sus únicos divisores son el uno y él mismo. El uno no se considera un número primo. Para números pares pequeños es fácil comprobar la veracidad de la conjetura. Por ejemplo, 4=2+2, 6=3+3, 8=5+3, 10=7+3, 12=7+5, 14=11+3, 16=11+5, etc. Con la ayuda de potentes ordenadores Tomás Oliveira e Silva, de la universidad portuguesa de Aveiro, ha comprobado recientemente la veracidad de la conjetura para todos los números pares menores que doscientos mil billones. Pero hasta la fecha no se ha demostrado que la conjetura sea cierta o falsa, lo que la convierte en uno de los problemas irresueltos más antiguos de la matemática. La historia de esta conjetura está llena de intentos de resolución fallidos y de demostraciones erróneas. Destacados matemáticos afirman que pasará mucho tiempo antes de su resolución. El mejor resultado logrado hasta el momento es el del chino Chen Jingrun que en 1966 probó que todo número par suficientemente grande es suma de dos números primos o de un número primo y un número semiprimo (es decir, un número que tiene sólo dos factores primos, por ejemplo, 15=5*3 ó 35=7*5). También hay que destacar el resultado obtenido por el francés Olivier Ramaré quien en 1995 demostró que todo número par es suma de a lo más seis números primos. La fama le aguarda a quien sea capaz de resolver esta conjetura.

Alessandro Languasco
Profesor del Departamento de Matemáticas Pura y Aplicada de la Universidad de Padova (Italia)
La Voz de Almería, 4 de septiembre de 2005

Twin Primes

We all learnt in the school that the prime numbers are the building blocks of the arithmetic since any number decomposes as a suitable product of them and a prime number can only be decomposed as a product of itself and 1. Erastotenes' sieve provides a way to construct prime numbers. First prime numbers are 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19. Euclid proved in his famous "Elements" that there are infinitely many primes and Hadamard and de la Vallée-Poussin independently found in 1896 a formula, known as the Prime Number Theorem, which allows to compute in an approximate way how many primes less than a fixed number we can expect. Using this formula we know, without counting, that there are 78626 prime numbers less than a million. The error in this example is less than two percent.

Today prime numbers play also a central role in Cryptography. They are used in the cryptosystem RSA, present for example in the software Microsoft Messenger. The key arithmetic property here is that we are not able to find the prime factors of a given large odd number in a sufficiently ``fast'' way but it is possible to construct huge prime numbers in an efficient way.

The minimal difference between two consecutive prime numbers is 2 (except for the case 3 and 2 whose difference is 1). When this difference occurs, we say that these prime numbers are a *pair of twin prime numbers*. For example, (3,5) is a pair of twin prime numbers because 5-3=2. Other examples of pairs of twin prime numbers are (5,7), (11,13), (17, 19), (29, 31). When larger numbers are considered, larger gaps between two consecutive prime numbers occur. For example, the difference between the consecutive prime numbers 5119 and 5147 is 28. The largest difference between two consecutive prime numbers known is 1198.

The Twin Primes Conjecture asks if there are infinitely many pairs of twin prime numbers. This is one of the oldest unsolved problems in Mathematics. Recently D. Goldston (USA), J. Pintz (Hungary) and C.Yildirim (Turkey) obtained a result that can be considered as an important step towards to the solution of this conjecture. They proved that there exist infinitely many consecutive primes whose differences have an order of magnitude smaller than the one predicted by the Prime Number Theorem. There is also a rumour that these mathematicians proved an even stronger result so, stay tuned!! because it is possible that this conjecture soon becomes a theorem.

(Versión traducida por Juan Cuadra Díaz que apareció en el periódico)

Primos Gemelos

Todos aprendimos en la escuela que los números primos son los “ladrillos” de la aritmética porque todo número se descompone como producto de números primos y un número primo sólo se descompone como producto de él mismo y el uno. La criba de Erastótenes proporciona un método para construir los números primos. Los primeros números primos son: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19. Euclides probó en sus famosos “Elementos” que existen infinitos números primos, y Hadamard y de la Vallée-Poussin descubrieron independientemente en 1896 una fórmula, llamada Teorema de los Números Primos, que permite calcular de manera aproximada cuántos números primos hay menores que un número dado. Utilizando esta fórmula sabemos que hay, sin necesidad de contarlos, aproximadamente 78626 números primos menores que un millón. El error cometido en este ejemplo es inferior al dos por ciento.

Los números primos juegan actualmente un papel fundamental en Criptografía. Son la base del criptosistema RSA, usado por ejemplo en el programa Microsoft Messenger. La propiedad aritmética clave que se utiliza en este criptosistema es que no es posible encontrar eficientemente los factores primos de un número muy grande pero si es posible construir números primos gigantescos de modo eficiente.

La diferencia mínima que puede haber entre dos números primos es dos (excepto en el caso 3 y 2, cuya diferencia es 1). Cuando esto ocurre se dice que dichos números son un *par de números primos gemelos*. Por ejemplo, (3,5) es un par de números primos gemelos pues 5-3=2. Otros ejemplos de tales pares son: (5,7), (11,13), (17, 19), (29, 31). Cuando consideramos números grandes la diferencia entre dos números primos consecutivos tiende a aumentar. Por ejemplo, la diferencia entre los números primos consecutivos 5119 y 5147 es 28. La diferencia más grande conocida entre dos números primos consecutivos es 1198.

La *conjetura de los números primos gemelos* afirma que existen infinitos pares de números primos gemelos. Esta conjetura es uno de los problemas más antiguos de la matemática que todavía no se ha resuelto. Recientemente, D. Goldston, de EEUU, J. Pintz, de Hungría y C. Yildirim, de Turquía, han obtenido un resultado que puede ser un gran paso hacia su resolución. Ellos han probado que existen infinitos números primos consecutivos cuya diferencia tiene un orden de magnitud más pequeña que la predicha por el Teorema de los Números Primos. Hay rumores de que estos matemáticos en realidad han demostrado un resultado aún más importante, así que es posible que esta conjetura pronto pase a convertirse en teorema.