

8. CONSTRUCCIÓN DE FRACTALES CON PAPEL

La geometría fractal es una rama de las matemáticas creada hace menos de 50 años por Benoît Mandelbrot (1924-2010). En 1967, Mandelbrot escribió un artículo titulado *¿Cuán larga es la costa de Gran Bretaña?* donde describió que la noción de longitud carece de significado para objetos tan irregulares como las fronteras. De igual manera, defendía que la geometría euclídea no era la más correcta para la descripción de la naturaleza que nos rodea, pues *“Las nubes no son esferas, las montañas no son conos, las líneas costeras no son círculos y la corteza no es suave, ni los rayos viajan en línea recta.”*

Los “objetos fractales” surgen a finales del siglo XIX y principios del XX, de la mano de grandes matemáticos como Riemann, Cantor, Peano, Hilbert o Hausdorff, entre otros, y se consideraban como objetos patológicos. Fue Mandelbrot quien acuñó el término *fractal* (del latín “fractus”: irregular) para referirse a estos objetos y además estableció ciertas propiedades que los caracterizaban:

- *Autosemejanza*: Si se magnifica convenientemente una parte cualquiera de un objeto fractal se obtiene una réplica del mismo. También puede pensarse como formado por copias de sí mismo a escalas más pequeñas.

- *Figuras con dimensión no entera (dimensión “fractal”)*. Los objetos de la geometría clásica son lisos, sin rugosidad, y por lo tanto su dimensión es un número natural (las rectas y curvas tienen dimensión 1, las superficies tienen dimensión 2, etc.), mientras que los fractales son objetos geométricos rugosos, de una gran irregularidad, y su “dimensión fractal” es un número no natural (curvas fractales dimensión entre 1 y 2, superficies fractales entre 2 y 3, y así sucesivamente).

- *Conjuntos que aparecen tras procesos iterativos geométricos, o analíticos, infinitos.*

Actividad 1: ¿Existen objetos fractales en la naturaleza?

Pregúntese a los alumnos y alumnas si conocen objetos fractales en la naturaleza. Y que todos los que se mencionen, los clasifiquen en las categorías de fractales autosemejantes y no autosemejantes.



La figura anterior contiene ejemplos de fractales que se encuentran en la naturaleza: primera fila de izquierda a derecha: sección de la concha de un nautilus, rama de un helecho, ramificación de un río; segunda fila de izquierda a derecha: rayo de una tormenta, un ramillete de brócoli, una planta de romanescu.

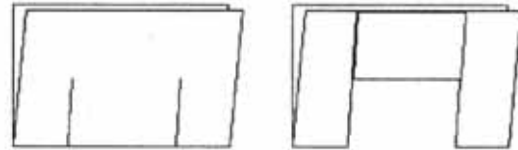
Actividad 2: Cuadrados centrales

Para la realización de esta actividad se necesita un folio cualquiera. Es preferible que las proporciones del folio sean 1 a 2, es decir, que mida el doble de ancho que de alto.

Se comienza con un folio y se dobla por la mitad, procurando marcar bien el doblez en los dos sentidos.



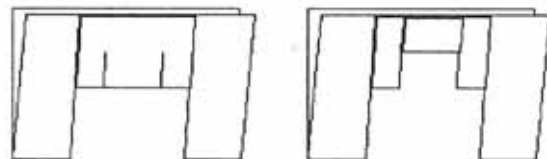
Se hacen dos cortes por donde se ha doblado, cada uno a $\frac{1}{4}$ del borde de la hoja, de longitud la mitad del original.



Se dobla y se marca bien la pieza que se ha recortado hasta el extremo contrario.

Se dobla y se pliega la parte recortada hacia adentro.

Se repite el proceso. Ahora se hacen los cortes, dada uno a $\frac{1}{4}$ del comienzo del pliegue y de longitud la mitad del papel que queda.



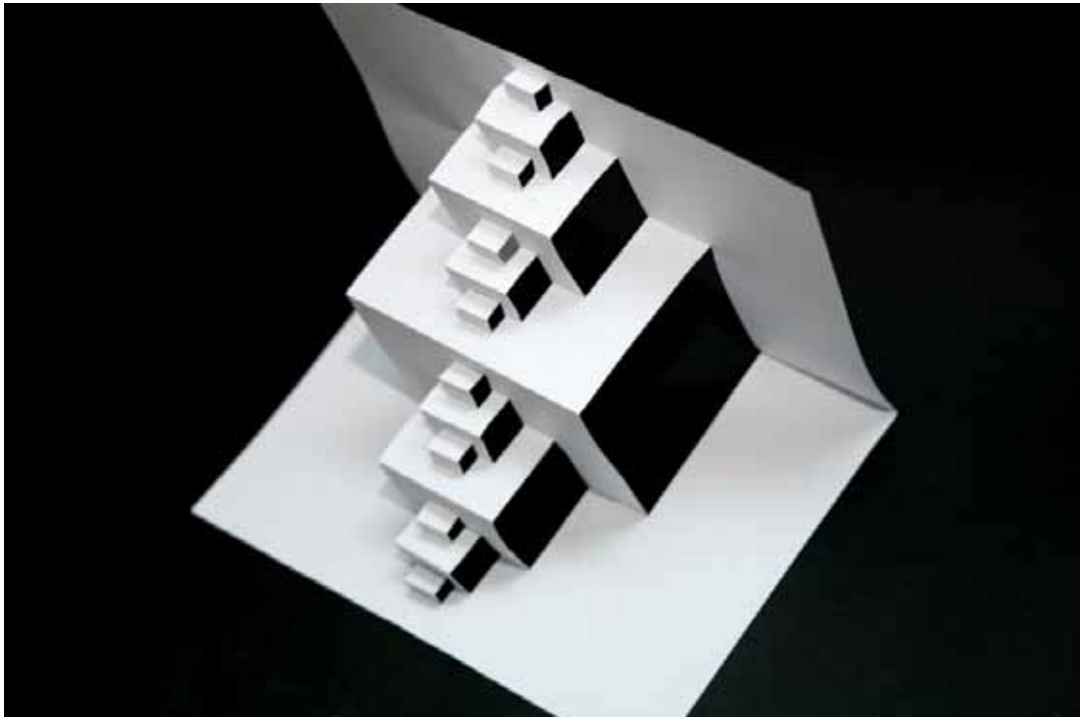
Se dobla y se marca la pieza que se ha recortado para plegarla de nuevo hacia adentro.



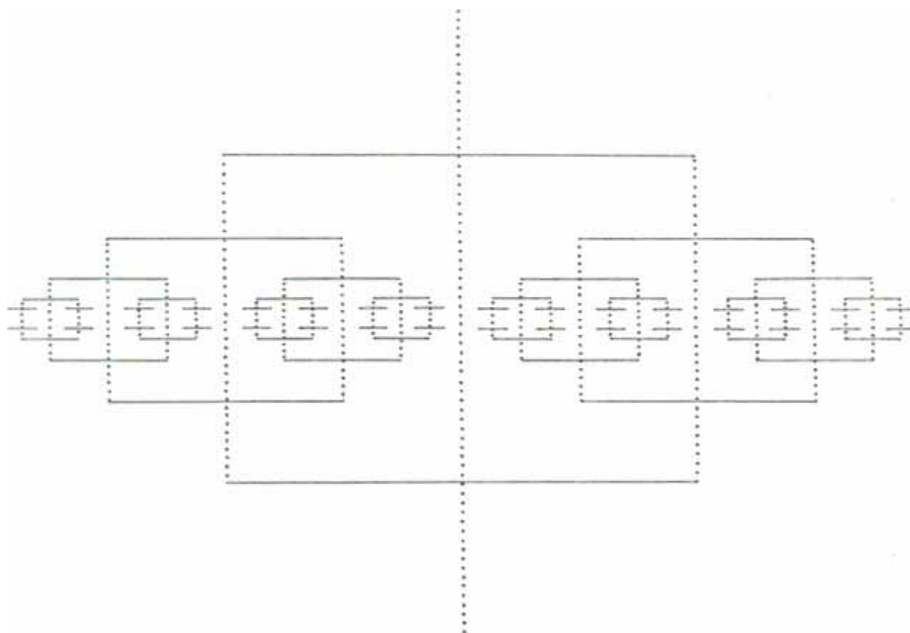
Se repite de nuevo el proceso.

Al realizar tres iteraciones (doblecés) comienza a ser complicado hacerlo manualmente, pues el espesor de las dobleces va aumentando mucho.

Ya por último se desdobra todo formando ángulos rectos y se puede apreciar la belleza del objeto de tipo fractal realizado.



Nota: en la práctica, es imposible dibujar correctamente y cortar después del tercer plegado plano. Por ello, a continuación se adjunta una plantilla mediante la cual, si se corta por las líneas continuas marcadas y se dobla por las líneas a puntos, se llega a obtener también el fractal de cuadrados centrales.



Actividad 3: El triángulo de Sierpinski

Para la realización de esta actividad se necesita un folio cualquiera. Es preferible que las proporciones del folio sean 1 a 2, es decir, que mida el doble de ancho que de alto.

Se empieza con el folio y se dobla.

Se marca la mitad del lado por donde se ha doblado y se corta la mitad de la largura del papel.

Se dobla una de las dos partes que se ha cortado hasta el extremo contrario.

Es conveniente marcar bien en los dos sentidos, pues esto reduce considerablemente el aire entre las dos caras de la hoja, y por tanto el espesor final.

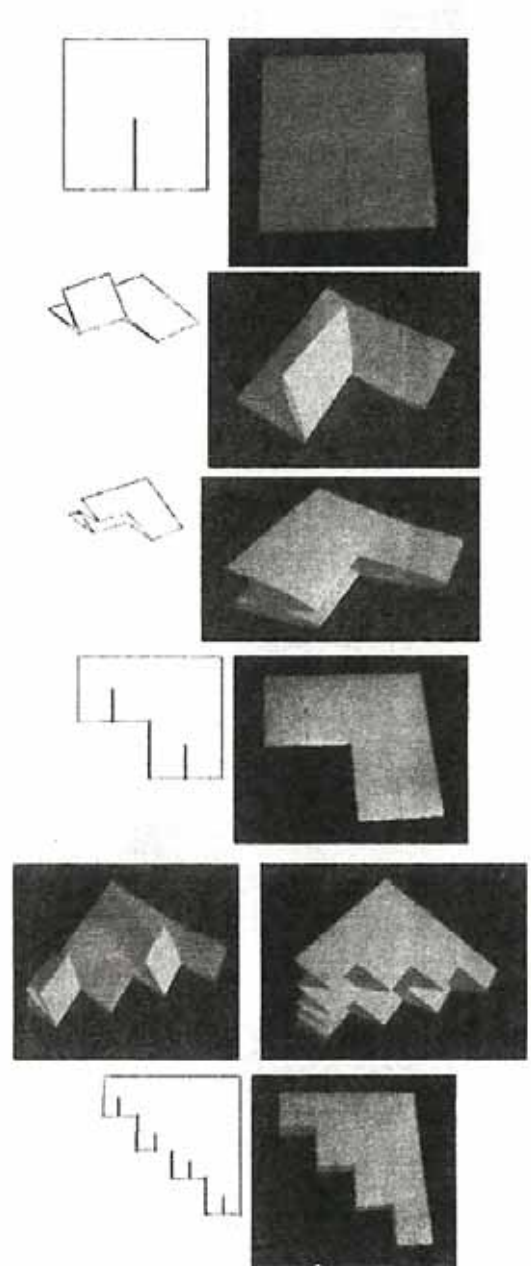
Se da la vuelta al pliegue hacia adentro.

Se repite el proceso, se marca la mitad de cada una de las partes y se corta hasta la mitad del corte anterior.

Ahora hay 4 partes. Se dobla la primera y la tercera hasta el extremo contrario. Y se da la vuelta a los pliegues de nuevo.

Se marca la mitad de cada una de las partes horizontales y se corta la mitad de la longitud. Se doblan las partes 1, 3, 5 y 7. Finalmente se vuelve a dar la vuelta a los pliegues.

Para acabar, se desdobra todo y se obtiene lo que se conoce como "El triángulo de Sierpinski".





Nota: En la práctica, es imposible dibujar correctamente y cortar después del tercer plegado plano. Por ello, a continuación se adjunta una plantilla mediante la cual, si se corta por las líneas continuas marcadas y se dobla por las líneas de puntos, se obtiene un Triángulo de Sierpinski.

