

7. LA BANDA DE MOEBIUS NO ES ORIENTABLE

Si se toma una tira de papel y se pegan los extremos como muestra la figura se obtiene un *cilindro*, es decir, una superficie que tiene dos lados (la cara interior y la exterior) y dos “circunferencias” disjuntas como bordes.



Si antes de pegar los extremos se gira uno de ellos 180 grados, el objeto que se obtiene es una *banda de Moebius*, que posee un único borde (cuya longitud es la suma de la medida de las dos circunferencias que forman el borde del cilindro) y una única cara.



En efecto, basta con tomar un rotulador y marcar un camino a lo largo de la superficie hasta llegar al punto de partida; en este momento, se comprueba que se ha recorrido TODA la banda de Moebius, al estar las “supuestas” dos caras del objeto marcadas, es decir, este objeto tiene un único lado. Si se recorre con otro rotulador (o el mismo) el borde de este objeto, se observa que al regresar al punto de partida todo está coloreado, es decir, la banda de Moebius tiene un único borde.

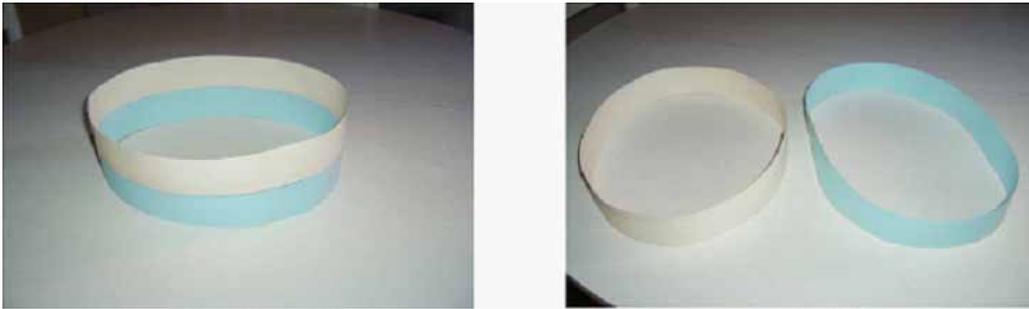
De hecho, si se pegan los dos extremos de una tira de papel girándola previamente un múltiplo par de 180 grados, se obtiene un cilindro y una banda de Moebius en caso contrario. Preguntar a los y las estudiantes cómo puede comprobarse este hecho... contando bordes y caras.

Se les puede preguntar a los y las estudiantes si les suena a algo muy conocido. El símbolo del reciclaje –creado por Gary Anderson en 1970– consiste precisamente en tres flechas que se persiguen sobre las aristas de un triángulo: es una banda de Moebius que representa el proceso de transformación del material de deshecho en recursos útiles.

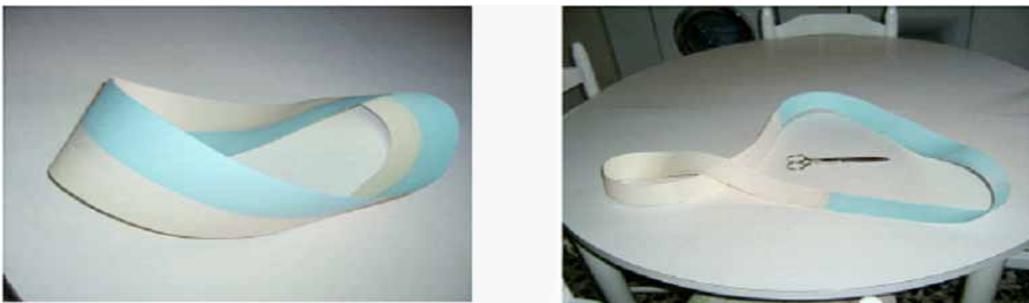


Actividad 1: La banda de Möbius es *no orientable*, es decir, invierte el sentido de los objetos que viajan sobre ella: si se dibuja por ejemplo una flecha sobre la banda, y se mueve a lo largo de su única cara... se observará que cuando se regresa al punto de partida, ¡la flecha ha cambiado de sentido!

Actividad 2: Al cortar por la mitad un cilindro de papel, se obtienen dos “cilindritos”, de la misma longitud que el cilindro original pero la mitad de altos que este.



Si se hace lo mismo con la banda de Moebius, ¿qué sucede? En primer lugar se observa que es una única “banda” doble de larga que la banda de Moebius original pero de la mitad de altura. Se puede preguntar a los estudiantes si el resultado es una banda de Moebius o un cilindro. Para responder, se toma un rotulador y se cuenta el número de caras y de bordes, que será dos en ambos casos, por lo tanto es una banda normal retorcida.



Al cortar por su tercera parte un cilindro, se obtienen dos cilindros igual de largos, de distintas alturas, exactamente un tercio y dos tercios de la original. Si se hace lo mismo con la banda de Moebius, resultan una banda de Moebius (igual de larga y un tercio de ancha) y un cilindro (el doble de largo y un tercio de ancho) y enlazados.



Actividad 3: En Magia, existen numerosos trucos con la banda de Moebius, denominados *Afghan Band*. Por ejemplo, si se cortan tres tiras de papel que se marcan con las letras A y B (blanca), C y D (azul) y E y F (crema) en su extremos. Se pegan las tres una sobre otra, girando uno de los lados 180 grados antes de pegarlas, es decir, se pegan A con F, B con E y C con D... ¿qué sucede? Se obtiene un cilindro formado por las bandas de los extremos y la banda de Moebius central se conserva... ¿es magia?



Actividad 4: Un truco divertido para realizar por ejemplo el día de San Valentín (<http://threesixty360.wordpress.com/>): se cortan dos tiras de papel (mejor de color rojo) y se construyen con ellas dos bandas de Moebius. Es muy importante –para que los corazones queden enlazados– obtener una de las bandas girando uno de los extremos en la dirección de las agujas del reloj y la otra haciéndolo en sentido contrario. Se pegan las dos bandas de Moebius de manera que en el punto de encuentro de una quede perpendicular con respecto a la otra.

Córtense las dos bandas en sentido longitudinal, como se indica en la figura de debajo. Hay que destacar que el cuadrado superpuesto por el que están unidas ambas bandas se cortará en cuatro partes. Si se ha hecho todo siguiendo las instrucciones, ¡se conseguirán dos corazones enlazados!

