

5. MORENAMENTS

Este programa, diseñado por Martin von Gagern, permite generar ornamentos de forma sencilla, partiendo de modelos originales realizados a mano alzada los cuales se completan según alguno de los grupos de simetría del plano euclídeo. Se puede conseguir gratuitamente desde la página <http://www.morenaments.de/euc/>

Definiciones previas. Se llamará *motivo geométrico* a cualquier dibujo simple. Si dicho motivo se repite en una dirección dada, se obtiene lo que se llama un *friso*, como el que se muestra en la figura inferior.



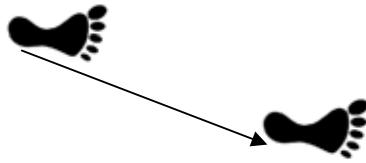
Si el motivo se repite en dos direcciones, se trata de un *mosaico*, también llamado grupo cristalográfico.



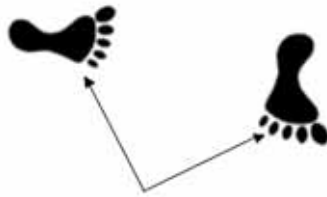
Tanto para construir frisos como mosaicos, un método sencillo consiste en elegir el motivo básico y realizar con él diferentes movimientos elementales, en una o dos direcciones

Se describen a continuación de forma breve los diferentes movimientos elementales en el plano:

Traslación en una dirección dada. El motivo básico se reproduce al trasladarlo desde el inicio hasta el final de una flecha o vector.



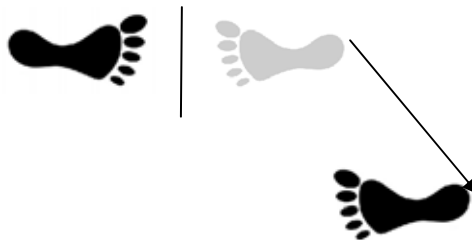
Rotación o giro según un ángulo determinado. El motivo inicial gira un ángulo dado.



Reflexión especular. La figura se reproduce como la imagen reflejada por un espejo.



Reflexión deslizada. Se trata de una reflexión especular seguida de una traslación.



Distintos modelos de frisos. En la decoración y ornamentación artística es común crear diseños que consisten en la repetición de un mismo motivo ornamental a lo largo de una línea recta -por ejemplo en las grecas de cerámica, cenefas y bordes de alfombras-, con el objeto de dar al resultado final un aspecto más armónico y simétrico. Cada elemento decorativo genera de esta manera lo que se llama un grupo de frisos. Un estudio geométrico, basado en las propiedades del grupo de movimientos en el plano, permite deducir que únicamente son posibles siete formas distintas de generar los grupos de frisos.

Se muestran a continuación imágenes representativas de todas ellas, junto con su símbolo identificativo, adoptado por la Unión Internacional de Cristalografía.

p1: traslación.



pm: traslación más reflexión por eje horizontal.



p/m: traslación más reflexión por eje vertical.



pg: traslación más reflexión deslizada.



p2: traslación más rotación de 180°.



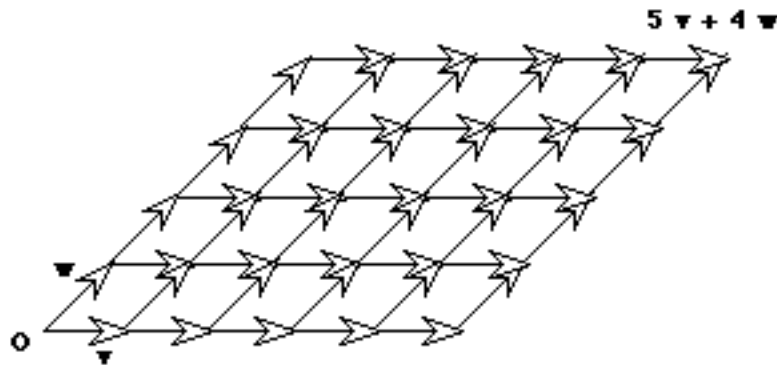
p2m: traslación más rotación de 180° más reflexión.



p2g: traslación más rotación de 180° más reflexión deslizada.



Distintos modelos de mosaicos. Si el motivo o figura básica se repite en dos direcciones distintas, origina un mosaico o grupo cristalográfico plano. Los dos vectores que señalan las direcciones de las dos traslaciones generan el llamado paralelogramo fundamental, que se repite a lo largo de todo el plano, como el que se muestra en la figura.



Para construir un mosaico, además de las dos traslaciones indicadas, se pueden realizar otros movimientos, como rotaciones y reflexiones. Puede observarse que los únicos movimientos posibles son los que dejan la figura invariable.

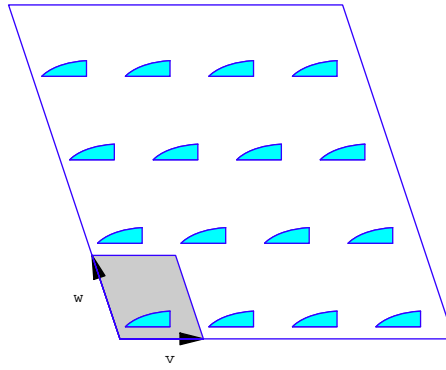
Fijando la atención en los posibles giros, se ha probado matemáticamente que los únicos posibles ángulos de giro son 60° , 90° , 120° , 180° y 360° (este último equivale a no realizar ningún giro).

A pesar de la dificultad teórica para determinar todas las posibles configuraciones de ornamentos planos (la demostración de que sólo puede haber 17 grupos de simetría en el plano se debe a Evgraf Fedorov en 1891 e, independientemente, por George Pólya en 1924), se han encontrado ejemplos de todos ellos en ornamentos antiguos. Los más destacables por su valor estético son los de la Alhambra de Granada.

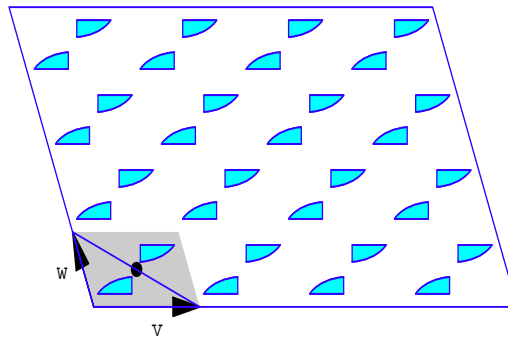
Existen distintas formas de identificar los 17 grupos de simetrías de murales. La utilizada en el programa MORENAMENTS es la aceptada por la Unión Internacional de Cristalografía. La notación cristalográfica consiste en cuatro o menos símbolos que identifican las características de la celda unidad.

Sin entrar en excesivos detalles técnicos, se describen a continuación las características de cada una de ellas. Se muestran también (región sombreada) la baldosa unidad, la que se reproduce según las dos direcciones elegidas sin contar giros ni reflexiones (en el programa MORENAMENTS es la que aparece en la parte inferior derecha de la pantalla) y la región fundamental (la más pequeña que está limitada por líneas azules), la más pequeña mediante la cual se puede obtener todo el embaldosado (en el programa MORENAMENTS corresponde a la imagen que se dibuja a mano en la parte izquierda de la pantalla).

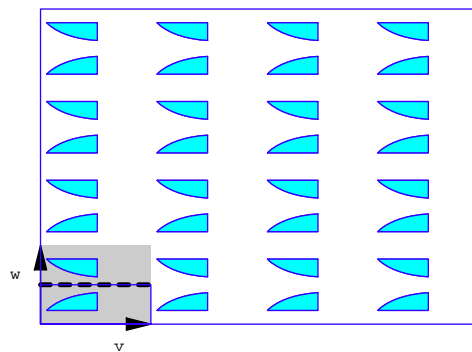
p1: sólo traslaciones (sin rotaciones, reflexiones ni reflexiones deslizadas)



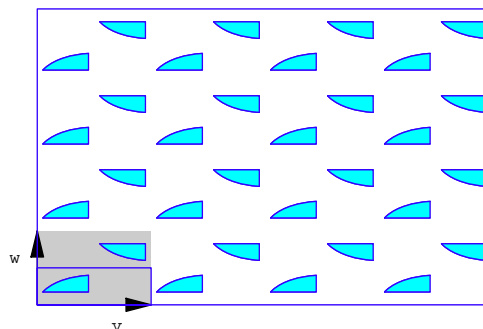
p2: traslaciones y giro de 180° (sin reflexiones ni reflexiones deslizadas)



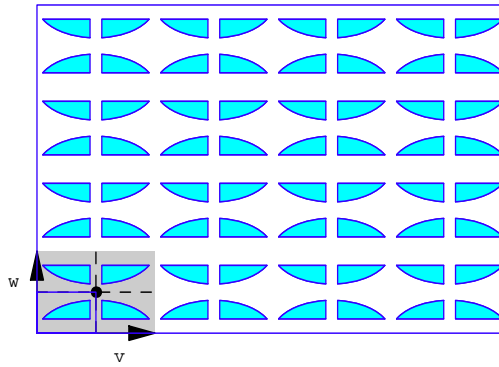
pm: traslaciones y reflexión según la línea de puntos (cualquier eje de una reflexión deslizada es eje de una reflexión)



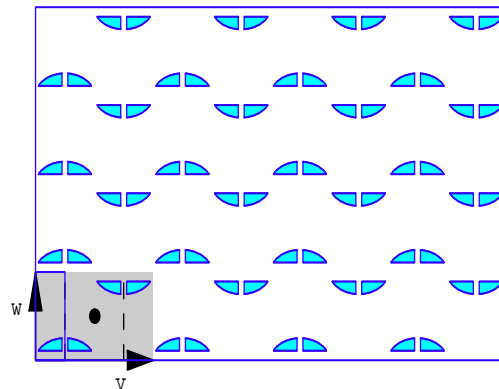
pg: traslaciones y reflexión deslizada (sin rotaciones ni reflexiones)



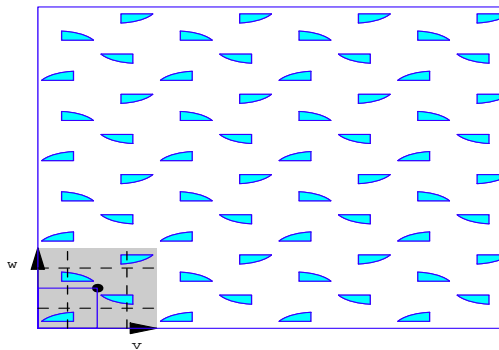
pmm: traslaciones, giro de 180° y reflexión por la línea de puntos (cualquier eje de una reflexión deslizada es eje de una reflexión)



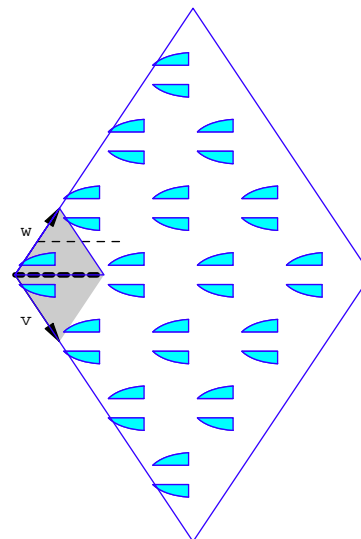
pmg: traslaciones, giro de 180° y reflexión según la línea de puntos (tiene una reflexión deslizada cuyo eje no es paralelo a ningún eje de reflexión)



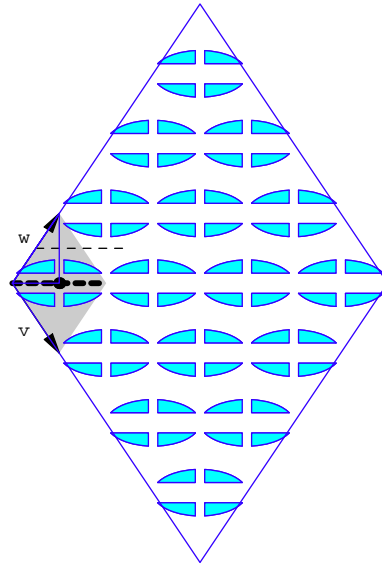
pgg: traslaciones, giro de 180° y reflexión deslizada (no contiene reflexiones)



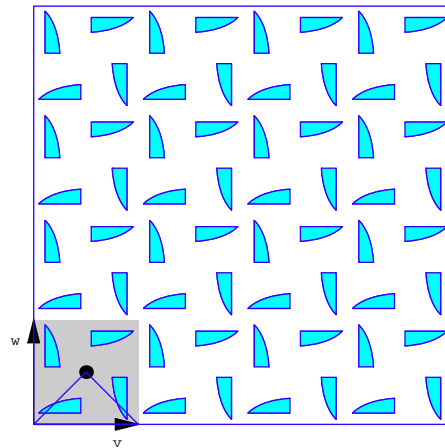
cm: traslaciones y reflexión respecto a la diagonal del rombo (hay una reflexión deslizada cuyo eje no es eje de reflexión)



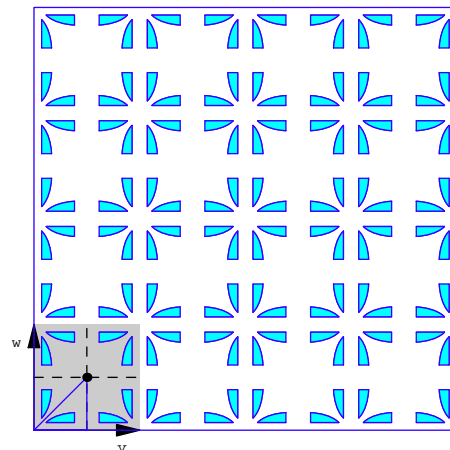
cmm: traslaciones, giro de 180° y reflexión respecto a la diagonal del rombo (hay una reflexión deslizada cuyo eje es paralelo a un eje de reflexión)



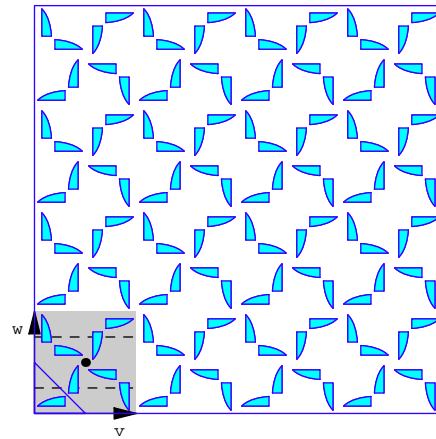
p4: traslaciones y giro de 90° (sin reflexiones ni reflexiones deslizadas)



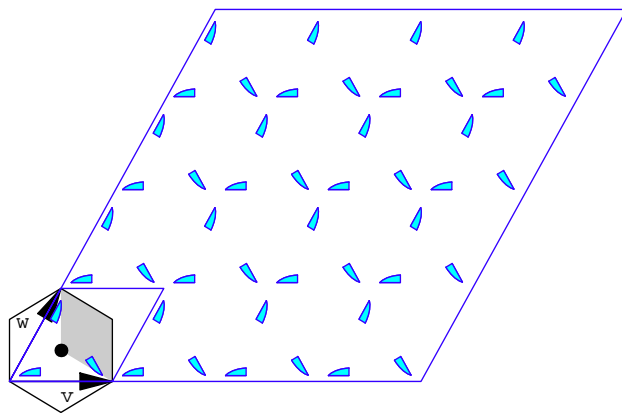
p4m: traslaciones, giro de 90° y reflexión por la línea de puntos (el centro de rotación pertenece al eje de alguna reflexión)



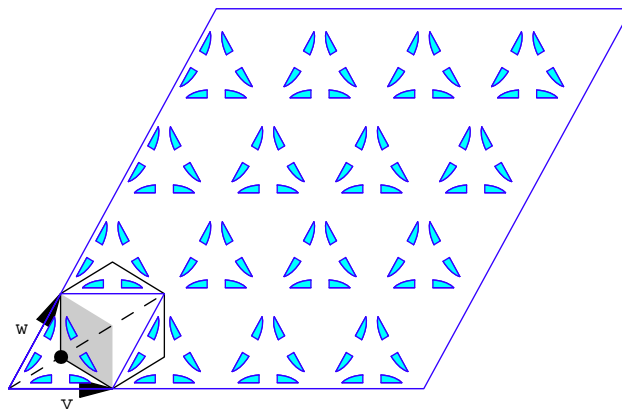
p4g: traslaciones, giro de 90°
y reflexión deslizada (tiene
un centro de rotación que no
está contenido en ningún eje
de reflexión)



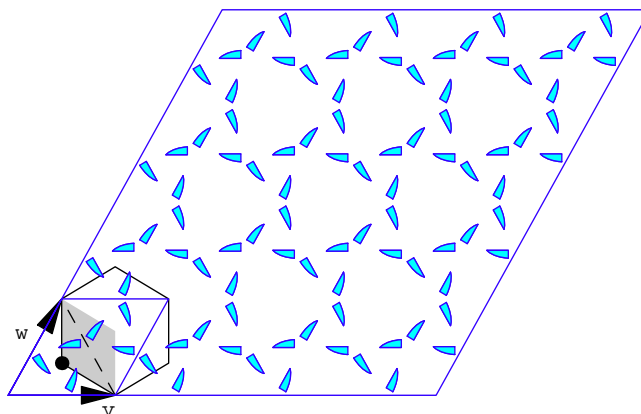
p3: traslaciones y giro de 120°
(sin reflexiones)



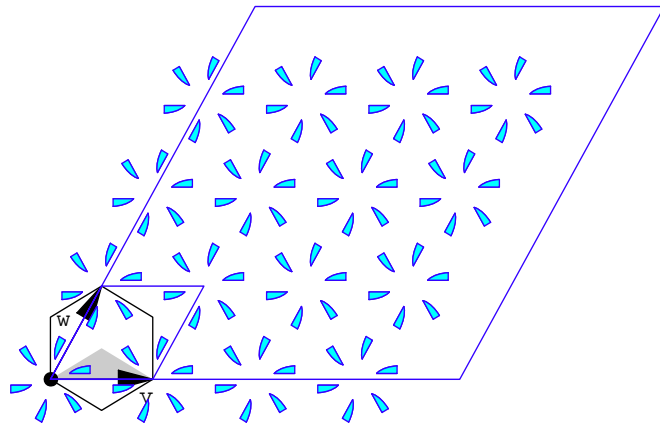
p3m1: traslaciones, giro de
 120° y reflexión (cualquier
centro de rotación
pertenece a algún eje de
reflexión)



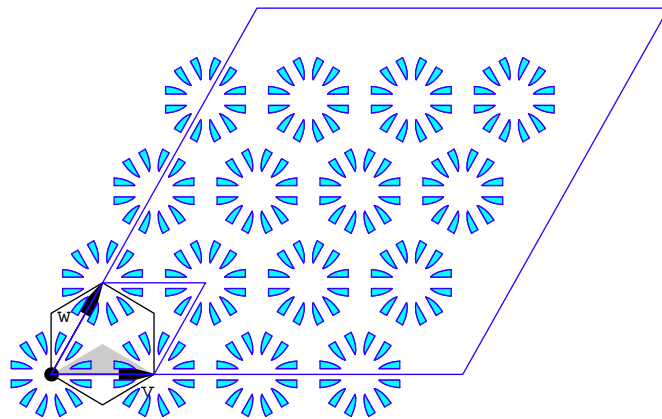
p31m: traslaciones, giro de
 120° y reflexión (un centro
de rotación no pertenece a
ningún eje de reflexión)



p6: traslaciones y giro de 60° (sin reflexiones)



p6m: traslaciones, giro de 60° y reflexión por la línea de puntos



Actividad 1: Utilizar la creatividad para diseñar un embaldosado original y experimentar con diferentes colores para construir modelos estéticos.

Utilizando el programa MORENAMENTS, han de trazarse algunas líneas en la parte izquierda de la pantalla, de colores diversos y grosores diferentes. A continuación, se pulsa en los símbolos de la parte superior derecha observando los diferentes mosaicos que se consiguen. Después, se modifica el rectángulo de la parte inferior derecha arrastrando los puntos situados en sus vértices. Mover el punto azul para trasladar el rectángulo fundamental y los puntos verde y rojo para cambiar la forma y dimensiones del mismo.

Se sugiere observar en cada caso el resultado obtenido y comparar los distintos modelos en cuanto a su apariencia estética.

En una segunda fase, se aconseja experimentar con otro tipo de trazos, curvas de diferentes grosores, puntos entre los distintos elementos de la gráfica, líneas más finas contenidas en otras más gruesas, etc. ¿Puede conseguirse hacer un cuadrado, o un triángulo, o una estrella, dibujando una sola línea?

Se abre así un inagotable mundo de posibilidades, que pueden convertirse en motivos decorativos para una habitación o una pared.

Actividad 2: A partir de una imagen, construir los diferentes grupos de simetría que ofrece el programa.

Para ello, basta dibujar una imagen sencilla, que no tenga simetrías, en la parte izquierda de la pantalla del programa. A continuación, se pulsa en los diferentes símbolos que aparecen en la parte superior derecha. Observando los resultados obtenidos, se trata de descubrir las simetrías que aparecen en ellos. Entonces, se comprueban los resultados conseguidos con los indicados en el apartado anterior, para saber si están todas. Si no se encuentran todas las simetrías que tiene el ornamento, una técnica para resolver esta cuestión puede ser cambiar el modelo original por otro más sencillo o variar las dimensiones del rectángulo básico.

Una vez entendido el mecanismo, se puede intentar la creación de modelos más elaborados, completando el dibujo con nuevos elementos gráficos.

Actividad 3: Reconocer el grupo de simetría que corresponde a un ornamento dado, ya sea obtenido en el programa o de una imagen externa.

Muchas imágenes de nuestro entorno habitual, paredes decoradas con papel pintado, suelos de baldosas con motivos geométricos, diversas creaciones artísticas disponibles en Internet, son apropiadas para realizar esta actividad.

El método usual para el reconocimiento del grupo de simetría consiste en encontrar un paralelogramo fundamental. Una forma intuitiva de encontrarlo es buscar un paralelogramo, digamos ABCD, de tal manera que:

- Si se traslada dicho paralelogramo según las direcciones dadas por los vectores AB y AC, obtenemos de nuevo la figura completa.

- Además el paralelogramo ABCD es aquel cuyos lados son los menores posibles.

Después de encontrar el paralelogramo, hay que descubrir las propiedades geométricas del modelo, mediante la determinación de los centros de giro y los ejes de simetría.

Como actividad para un aula, sería interesante proporcionar a las personas que participan en el mismo una serie de ejemplos reales de mosaicos, sacados del mundo del arte o del diseño, para que intenten encontrar sus grupos de simetría (Alhambra de Granada, dibujos de Escher, etc.). Otra opción más personal puede ser la realización de una investigación de ejemplos de frisos y mosaicos que aparecen en el arte, el diseño y la cultura en general, clasificando los ejemplos obtenidos según las clasificaciones anteriores.

Más información sobre los grupos cristalográficos:

- <http://www.math.arq.uva.es/gycga/apuntes/GrupCristal/GrupCristal.html>

- http://en.wikipedia.org/wiki/Wallpaper_group

- <http://jmora7.com/Mosaicos/>