Estructuras de Jordan en Álgebra y Análisis
Almería, Mayo 20–22, 2009

Álgebras de Leibniz n-arias conmutativas

Sara Madariaga

Co-autores: Pilar Benito, José María Pérez-Izquierdo

Un *álgebra de Leibniz n-aria* es un espacio vectorial sobre un cuerpo k con una operación n-aria $[x_1, \ldots, x_n]$ que satisface la identidad $[[x_1, \ldots, x_n], y_2, \ldots, y_n] = \sum_{i=1}^{n} [x_1, \ldots, [x_i, y_2, \ldots, y_n], \ldots, x_n]$. Si la operación es totalmente simétrica en sus argumentos, entonces se dice que el álgebra de Leibniz es *conmutativa*.

De forma fácil se puede probar que toda álgebra de Leibniz binaria y simple es de Lie (cuerpo y dimensión arbitrarios) y por tanto no conmutativa. Las álgebras de Leibniz conmutativas ternarias coinciden con las llamadas *álgebras simplécticas equilibradas* con forma bilineal asociada trivial introducidas en 1972 por J.R. Faulkner y J.C. Ferrar [2] y con los llamados *triples nulo-simplécticos* de acuerdo con [1]. La adecuada duplicación de un triple nulo-simpléctico permite construir un álgebra de Lie 3-graduada cuyas componentes ± 1 son exactamente dos copias del triple. De este modo, desde el triple nulo-simpléctico emerge una estructura de *par de Jordan.*

Usando teoría de representación de álgebras de Lie, en 2003 A.P. Pojidaev [4] prueba que no existen álgebras de Leibniz n-arias conmutativas simples de dimensión finita sobre cuerpos de característica cero. El objetivo de esta charla es probar que el resultado de A. P. Pojidaev sigue siendo válido para $n \geq 3$ en característica $> n$ y eliminando la condición de finito dimensionalidad. Desde la noción de par de Jordan simple y la inexistencia de divisores de cero absolutos en tales pares probada por E. Zelmanov en [5], se obtiene una sencilla prueba del resultado en el caso $n = 3$. Para $n \geq 4$, basta usar la noción de sandwhich de grosor m introducida por A.I. Kostrikin [3] que permite obtener en [5] resultados de nilpotencia local sobre envolventes asociativas de álgebras de Lie.

References

[1] A. Elduque: New Lie superalgebras in charac 3. *J. Algebra* **296** (2006), no. 1, 196–233.

[2] J.R. Faulkner, J.C. Ferrar: On the structure of symplectic ternary Lie algebras. *Nedrl. Akad. Wetensch. Proc.* Ser. A **75** (1972), 247–256.*Indag. Math.* **34** (1972).

[3] A.I. Kostrikin. The Burnside problem, *Izv. Akad. Nauk SSSR Ser. Mat.* **23** (1959), no.2, 3–34. *Amer. Math. Soc. Transl.* (2) **36** (1964).

[4] A. P. Pojidaev: Solvability of finite-dimensional n-ary commutative Leibniz algebras of characteristic 0. *Comm. Algebra* **31** (1), 197–215, 2003.

[5] E.I. Zel'manov: Absolute zero-divisors in Jordan pairs and Lie algebras. *Matematicheskiĭ Sbornik*, **112 (154)** (1980), 611–629.