COMBINATORIA

EJERCICIOS.-

1.- Supongamos que estamos lanzando 4 dados de diferentes colores (Azul, Rojo, Verde y Blanco)

a) ¿Cuantos resultados diferentes podemos obtener?

b) ¿En cuántos de ellos hay una pareja?

c) ¿En cuántos hay una doble pareja?

d) ¿En cuántos hay un trío?

e) ¿En cuántos hay póker?

f) ¿En cuántos los cuatro dados tienen números diferentes?

g) ¿Hemos barrido todas las posibilidades?

2.- En un armario hay n *pares de zapatos. Se van sacando (sin reemplazamiento)* $2r$ *zapatos al azar* $(2r < n)$.

a) De cuantas formas se pueden sacar esos $2r$ *zapatos.*

b) De cuantas formas para que no exista ningún par.

c) De cuantas formas para que al menos haya dos pares.

3.- En una ciudad de $n+1$ *habitantes, una persona cuenta una historia a una segunda persona, quien la cuenta a una tercera y así sucesivamente.*

En cada etapa, el individuo a quien se cuenta la historia se cuenta al azar. La historia es contada r *veces, se pide calcular*

a) De cuantas formas puede ocurrir para que no se la cuenten a su inventor.

b) De cuantas formas puede ocurrir para que nadie la escuche dos veces.

4.- Se meten en un saco 900 *tarjetas numeradas del* 100 *al* 999. *¿Cuál es la menor cantidad de tarjetas que se deben sacar del saco, para asegurarnos que al menos en tres tarjetas la suma de los dígitos del número escrito es la misma?*

5.- Sean a *y* b *enteros positivos. Calcular el número de caminos de longitud mínima que unen los puntos del plano* $(0,0)$ *y* (a, b) *y están formados por segmentos horizontales y verticales de longitudes enteras.*

6.- Determinar el menor número natural n tal que un cubo de arista n puede ser dividido en 1996 cubos cuyas aristas sean números naturales.

7.- Hallar el número de formas de ordenar los números que no dejan fijo a ninguno de los números, es decir, el número k no está en el k -ésimo lugar de la ordenación.

8.- Con el (punto, raya) del sistema Morse, ¿cuántas señales distintas se pueden enviar, usando como máximo cuatro pulsaciones?

9.- ¿Cuantas diagonales tiene un pentágono y cuantos triángulos se pueden formar con sus vértices?

10.- Tenemos una familia de subconjuntos de elementos del conjunto {1,2,3,4,5,6,7,8} con la propiedad de que cada número entre 1 y 8 pertenece exactamente a 3 de estos subconjuntos. ¿Cuántos subconjuntos tiene la familia?

11.- Un polígono convexo de n *lados se descompone en* m *triángulos de modo que cada lado de esos* m *triángulos es también un lado de otro triángulo contiguo o del polígono dado.*
a) Probar que $m+n$ *ha de ser par.*
b) Calcular a partir de m *y* n *el número de aristas de la figura y el número de vértices interiores que quedan.*

12.- Consideremos el conjunto $A=\{1,2,\cdots,n\}$.
a) Demostrar que el número de subconjuntos de A *es* 2^n
b) ¿Cuál es el número de parejas de subconjuntos disjuntos de A*?*

13.- Seis amigos tienen 100 euros. Determinar el número de formas distintas en que pueden repartirse el dinero (cada uno obtiene una cantidad entera de euros) en cada uno de los siguiente supuestos:
a) Se admite que algunos de ellos tengan 0 *euros.*
b) Todos tienen que recibir al menos un euro.

14.- En la primera división de la liga española de fútbol juegan 20 equipos. En la primera jornada, se emparejan estos 20 equipos para jugar 10 partidos. Hallar el *número de posibles emparejamientos distintos (no importa el orden de los partidos ni el orden de los equipos, sólo quién juega contra quién).*

15.- Consideremos un polígono convexo de n lados y supongamos que no tiene tres diagonales que se corten en el mismo punto. Calcular en función de n el número de puntos interiores al polígono que son corte de dos diagonales.

16.- Dado un número natural n, ¿de cuántas formas podemos asignar valores 0 y 1 a las variables $x_1, y_1, x_2, y_2, \cdots, x_n, y_n$ para que la expresión $x_1 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_2 + \cdots + x_n \cdot y_n$ sea un número par?

17.- Hallar el número de ceros en que termina 2014!

18.- Tenemos 50 fichas numeradas del 1 al 50, y hay que colorearlas de rojo o azul. Sabemos que la ficha 5 es de color azul. Para la coloración del resto se siguen las siguientes reglas:

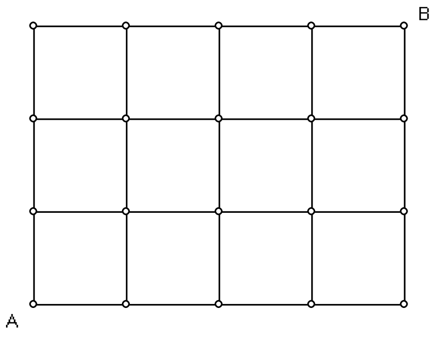
a) Si la ficha con el número x y la ficha con el número y son de distinto color, entonces la ficha de número $|x-y|$ se pinta de color rojo.

b) Si la ficha con el número x y la ficha con el número y son de distinto color y $x \cdot y$ es un número entre 1 y 50 (incluyendo ambos), entonces la ficha de número $x \cdot y$ se pinta de color azul.

Determinar cuántas coloraciones distintas se pueden realizar en el conjunto de fichas.

¿Qué ocurre si no tenemos la condición de que la nº 5 es azul?

19.-



La figura muestra un plano con calles que delimitan 12 manzanas cuadradas. Una persona P va desde A hasta B y otra Q desde B hasta A.

Ambas parten a la vez siguiendo caminos de longitud mínima con la misma velocidad constante.

En cada punto con dos posibles direcciones a tomar, ambas tienen la misma probabilidad.

Halla la probabilidad de que se crucen.

20.- Ensartamos $2n$ *bolas blancas y* $2n$ *bolas formando una cadena abierta. Demuestra que, se haga en el orden que se haga, siempre es posible cortar un segmento de cadena exactamente con* n *bolas blancas y* n *bolas negras.*