

Heurísticos en la Resolución de Problemas

Antonio Frías Zorrilla

Almería, 20 de octubre de 2017



HEURÍSTICA

- ▶ En la mayor parte de los trabajos relacionados con la resolución de problemas no rutinarios es corriente que aparezcan en una lista bajo el nombre de "*estrategias*", "*procedimientos*" o "*heurísticos*", todas ellas son entendidas como instrumentos útiles para resolver los problemas.
- ▶
- ▶ La heurística no busca reglas infalibles para resolver problemas (lo cual resulta utópico), pero sí puede pretender estudiar procedimientos (procesos mentales, etapas del razonamiento, formas de razonar...) que den buenos resultados al resolver problemas.
- ▶ «Si no puedes resolver un problema, entonces hay una manera más sencilla de resolverlo, encuéntrela» (George Pólya, 1887-1985)
- ▶ “En la resolución de un caso, descartado lo imposible, entre aquellas cosas que son más factibles debe estar la solución” (Sherlock Holmes, personaje de ficción)

Razonamiento heurístico/razonamiento plausible

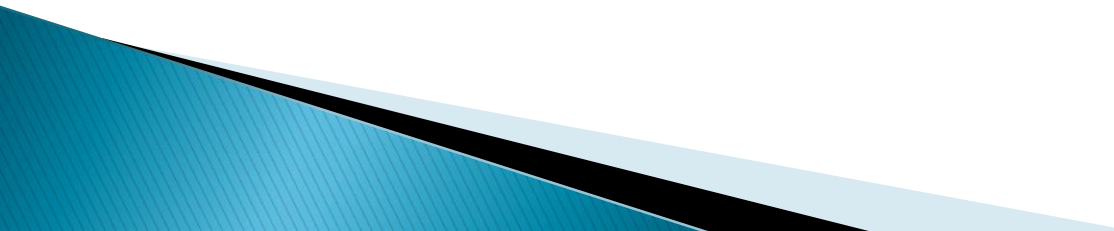
- ▶ El razonamiento heurístico es un tipo de razonamiento que se considera no como definitivo y riguroso sino como provisional y verosímil.
- ▶ Su objeto es descubrir la solución del problema que se nos ha propuesto.
- ▶ Con él no se llega a una conclusión segura, no podemos tener una certeza plena, pero tiene una gran potencialidad porque nos proporciona una hipótesis o una conjetura más o menos plausible.
- ▶ Antes de conseguir lo definitivo, puede ser muy importante tener unos indicios de algo provisional, pero que es muy plausible.
- ▶
- ▶ Según Polya (1945) “en la construcción de una demostración rigurosa el razonamiento heurístico juega el mismo papel que el andamiaje en la construcción de un edificio”.
- ▶ Con frecuencia el razonamiento heurístico se apoya en la inducción o en la analogía, que no son seguras pero tienen un gran potencial en la resolución de problemas.

Razonamiento plausible vs. razonamiento demostrativo

Silogismo heurístico		Silogismo demostrativo	
1	A implica B <u>B es verdadera</u> A es más creíble	A implica B <u>A es verdadera</u> B es verdadera	Modus Ponens
2	A implica B <u>A es falsa</u> B es menos creíble	A implica B <u>A verdadera</u> B es verdadera	Modus Ponens
3	A es incompatible con B <u>B es falsa</u> A es más creíble	A es incompatible con B <u>A es verdadera</u> B es falsa	Eliminación Lógica por Contradicción

Heurísticos en la RP		Macroheurísticos		Microheurísticos				
Estrategias generales		Generalización/Inducción (G/I)		ECP, HT, BR, HC				
		Análisis-Síntesis (A-S)		THA				
		Modelo Cartesiano (MC)		MG, EYE				
		Analogía (An)		MG, MoCo, MoDa, PMS				
		Razonamiento Proporcional (RaP)		MG				
		Contradicción/ Reducción Absurdo (C/RA)		EP SQN				
Técnicas heurísticas		Destrezas Heurísticas DH		Organización de la Información		EP,EYE	Hacer una lista exhaustiva (HLE)	
						G/I	Hacer una tabla (HT)	
						MC	Modelación por un gráfico (MG)	
		Herramientas Heurísticas HH		Transformación del Problema		G/I, ECP	Buscar regularidades (BR)	
						MoCo, PMS	Buscar subproblemas (BS)	
						G/I	Estudiar Casos Particulares (ECP)	
						PMS	Estudiar Casos Especiales (ECE)	
						MC	Ensayo y Error (EYE)	
						C/RA	Eliminar Posibilidades (EP)	
						MoDa, MoCo, An	Problema más Sencillo (PMS)	
						A-S	Trabajar hacia atrás (THA)	
		Sugerencias Heurísticas SH		Guiar en el proceso de RP -Indican un camino a seguir, pero no dicen cómo hay que continuar -Autointerrogación del resolutor -Se aplican en fases de la resolución del problema		¿Qué ocurriría si...?		Modificar las condiciones (MoCo)
								Modificar los datos (MoDa)
								Modificar las metas (MoMe)
								Spongamos que no (SQN)
						Distingue los datos y la incógnita		
						¿Has usado todos los datos?		
						¿Conoces un problema similar?		
						Familiarízate con el problema		
		Haz conjeturas (HC)						
		Revisa el proceso						
		Verifica la solución obtenida						
		¿Puedes encontrar la solución de otro modo?						

Generalización/Inducción

- ▶ Los procesos de abstracción y generalización están muy relacionados.
 - ▶ Según Bell, en matemáticas, hay tres tipos de abstracción:
 - ▶ 1. Reconocimiento de conceptos o propiedades.
 - ▶ Cuando vemos una propiedad en varios casos particulares y la hacemos extensiva a un determinado conjunto de objetos.
 - ▶ Ej.: $23 \times 64 = 46 \times 32$. ¿Qué clase de números de dos cifras tienen esta propiedad?
 - ▶ 2. Creación de conceptos.
 - ▶ Cuando se pasa de la consideración de un objeto singular a la creación de una nueva clase de la que el objeto es un miembro.
 - ▶ Ej.: objetos-ejemplos-cuadrado
 - ▶ 3. Extensión de conceptos. Cuando se adopta un nuevo significado para un concepto que incluye al viejo como un caso especial.
 - ▶ Ej.: extensión del concepto cuadrado por el de isometría del cuadrado.
- 

Generalización/Inducción

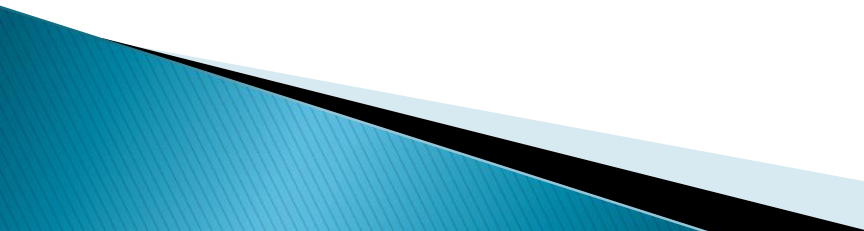
- ▶ Observamos que
- ▶ $1 + 3 = 4$,
- ▶ $1 + 3 + 5 = 9$,
- ▶ $1 + 3 + 5 + 7 = 16 \dots$
- ▶ Podemos obtener por inducción una generalización de esta propiedad y luego podemos demostrarla por inducción completa.
- ▶ La inducción tiene como elementos constitutivos la generalización, la particularización y la analogía.
- ▶ En la Resolución de Problemas la Generalización/Inducción (G/I) es una estrategia general (EG) o Macroheurístico, para llevarla a cabo hacen falta otras técnicas particulares (Microheurísticos DH, HH y SH) que son:
 1. Estudiar casos particulares (ECP)
 2. Organizar sistemáticamente los ejemplos o casos particulares en una tabla (HT)
 3. Buscar y reconocer regularidades y patrones (BR)
 4. Hacer conjeturas (HC)
 5. Generar ejemplos para comprobar la conjetura
 6. Justificar/demostrar la conjetura y la generalización

Generalización/Inducción

- ▶ Problema 1:
 - ▶ ¿Es cierta la siguiente conjetura: la suma de dos números impares consecutivos es siempre múltiplo de 4?

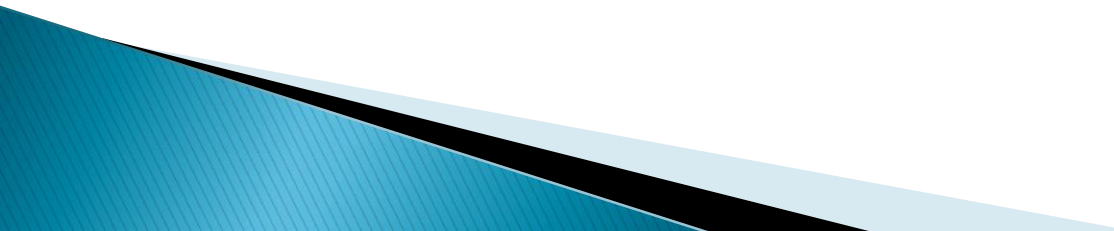
 - ▶ Problema 2:
 - ▶ Si tienes una circunferencia con cuatro puntos igualmente espaciados, que la dividen en cuatro arcos iguales y unimos cada punto con todos los demás, el círculo queda dividido en 8 regiones separadas.
 - ▶ En cuántas regiones quedará dividido el círculo si en la circunferencia tenemos siete puntos, que la dividen en siete arcos iguales.

 - ▶ Problema 3:
 - ▶ ¿Qué clase de números tienen una cantidad impar de divisores?

 - ▶ Problema 4:
 - ▶ El número siguiente al que resulta de sumar los cuadrados de tres números naturales consecutivos es múltiplo de 3.
- 

El Modelo Cartesiano (MC)

- ▶ Descartes en una de sus obras "Reglas para la Dirección del Espíritu" proyectaba desarrollar un método universal de resolución de problemas, que se puede resumir en:
 1. Convertir, primero, todo problema en un problema matemático.
 2. Convertir, después, todo problema matemático en un problema de álgebra.
 3. Convertir, por último, todo problema de álgebra en la resolución de una sola ecuación.

 - ▶ Descartes indicaba un conjunto de reglas para realizar este propósito, que podemos sintetizar en:
 1. Comprender el problema y **determinar las incógnitas**.
 2. Examinar el problema de la forma más natural y **establecer las relaciones entre incógnitas y datos**.
 3. Dividir la condición en partes, de modo que de cada una de ellas salga una ecuación, obteniendo así un **sistema de ecuaciones**.
 4. Reducir el sistema a la **resolución de una sola ecuación**.
- 

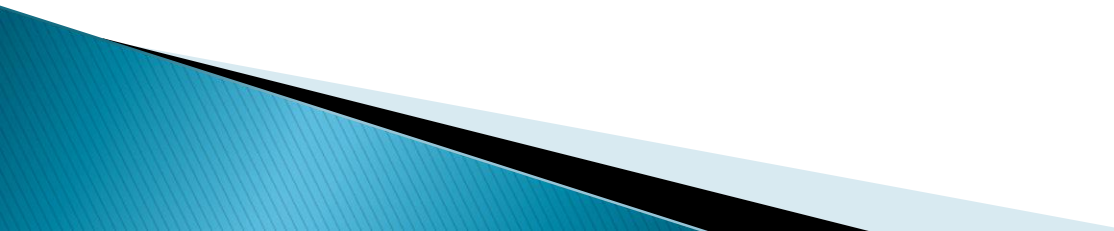
El Modelo Cartesiano (MC)

- ▶ Problema 1.
 - ▶ Un grupo de amigos tomaron unas cañas y decidieron pagarlo entre todos por igual. La cuenta ascendía a 36 €, pero alguien se dio cuenta de que dos de los integrantes del grupo se fueron sin pagar su parte, por lo que cada uno de los restantes tuvo que pagar 1,5 € más. ¿Cuántas personas acudieron al bar en un principio?

- ▶ Problema 2.
 - ▶ ¿Cuántos años tienen?
 - ▶ Yo tengo dos veces más años que los que tú tenías cuando yo tenía los años que tú ahora tienes; pero, cuando tú tengas tantos años como yo tengo ahora, entonces, tendremos entre los dos 63 años.

- ▶ Problema 3.
 - ▶ Un hombre camina durante cinco horas. Sale de un terreno llano, sube una colina, da media vuelta y regresa al punto de partida por el mismo camino. Va a 4 km/h en el llano, a 3 km/h subiendo y 6 km/h bajando. Calcular la distancia total recorrida

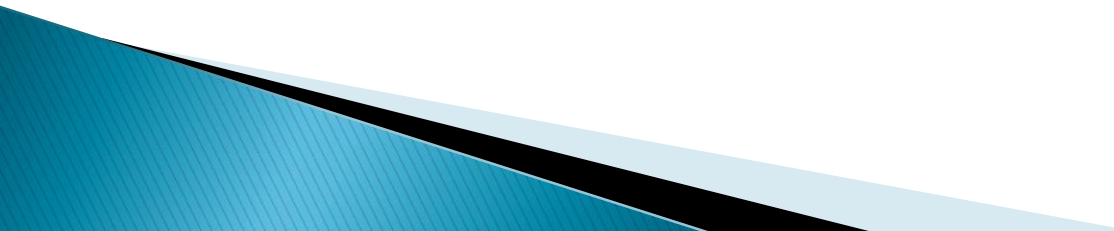
Relación de problemas para usar destrezas y herramientas heurísticas

- ▶ En cada uno de los siguientes problemas es muy relevante el uso de alguno de los heurísticos antes mencionados:
 - ▶ 1. Ana, Beatriz, David y Eduardo terminaron 1º, 2º, 3º y 4º en una carrera. Sus apellidos son González, Jiménez, Cantón y Pérez.
 - ▶ Con la información siguiente, averigua los nombres de cada cual y su posición en la carrera.
 - ▶ 1. Jiménez dijo que ella podría haber terminado mejor si ella no hubiese resbalado al principio de la carrera.
 - ▶ 2. Eduardo terminó por delante de Pérez pero detrás de Beatriz.
 - ▶ 3. El hermano de Cantón dijo que estaba muy orgulloso del final de su hermana.
 - ▶ 4. Ana terminó detrás de González.
 - ▶ 5. David no terminó tercero.
- 

Relación de problemas para usar destrezas y herramientas heurísticas

- ▶ 2. Tenemos 5 casas de cinco colores diferentes y en cada una de ellas vive una persona de una nacionalidad diferente.
- ▶ Cada uno de los dueños bebe una bebida diferente, fuma una marca de cigarrillos diferente y tiene una mascota diferente.
- ▶ Tenemos las siguientes claves:
 - ▶ 1. El británico vive en la casa roja.
 - ▶ 2. El sueco tiene un perro.
 - ▶ 3. El danés toma té.
 - ▶ 4. La casa verde está a la izquierda de la blanca.
 - ▶ 5. El dueño de la casa verde toma café.
 - ▶ 6. La persona que fuma Pall Mall tiene un pájaro.
 - ▶ 7. El dueño de la casa amarilla fuma Dunhill.
 - ▶ 8. El que vive en la casa del centro toma leche.
 - ▶ 9. El noruego vive en la primera casa.
 - ▶ 10. La persona que fuma Brends vive junto a la que tiene un gato.
 - ▶ 11. La persona que tiene un caballo vive junto a la que fuma Dunhill.
 - ▶ 12. El que fuma Bluemasters bebe cerveza.
 - ▶ 13. El alemán fuma Prince.
 - ▶ 14. El noruego vive junto a la casa azul.
 - ▶ 15. El que fuma Brends tiene un vecino que toma agua.
- ▶ La pregunta:
- ▶ ¿Quién es el dueño del pecesito?

Relación de problemas para usar destrezas y herramientas heurísticas

- ▶ 3. Cuántos números naturales tienen las siguientes propiedades:
 - ▶ a) Son de cuatro cifras
 - ▶ b) Todas las cifras son impares
 - ▶ c) Al dividirlo por 5, se obtiene exactamente un número de cuatro cifras, todas impares
- 

Relación de problemas para usar destrezas y herramientas heurísticas

- ▶ 4. Calcula cuatro primos que tienen la siguiente forma:
AA, BAB, BACD, AAAC

Relación de problemas para usar destrezas y herramientas heurísticas

- ▶ 5. Una persona tiene x años en el año x^2 . ¿Qué edad tiene el 1960?

Relación de problemas para usar destrezas y herramientas heurísticas

- ▶ 6. Tres personas deciden jugar a tirar monedas a ver si coinciden en cara o cruz. Cada uno arroja una moneda, y el que no coincide con los otros dos pierde. El perdedor debe doblar la cantidad de dinero que cada oponente tenga en ese momento. Después de tres jugadas, cada jugador ha perdido una vez y tiene 240 euros. ¿Cuánto tenía cada uno al principio?

Relación de problemas para usar destrezas y herramientas heurísticas

- ▶ 7. Los mejores vendedores de periódicos han formado una sociedad. Se distribuyen las ventas de la siguiente forma: Juan Pérez vende un periódico y la cuarta parte de los que quedan, luego Jorge García vende un periódico y la cuarta parte de los que quedan, después Benito Pérez vende un periódico y la cuarta parte de los que quedan, por último Manuel García vende un periódico y la cuarta parte de los que quedan. Al final han quedado algunos periódicos sin vender, menos de cien, que los han dividido en tres partes iguales y los venderán del modo siguiente, una parte la venden los Pérez y las otras dos partes las venden los García. ¿Quiénes han vendido más periódicos los Pérez o los García? ¿Cuántos más?