

Problemas de autovalores equivalentes para fórmulas de cuadratura de Szegő

Ruymán Cruz-Barroso

Department of Computer Science, K.U.Leuven. Belgium

**Departamento de Estadística y Matemática Aplicada, Universidad de Almería.
Seminario, mayo de 2008**

Resumen

Sea μ una medida de probabilidad definida en la circunferencia unidad \mathbb{T} y consideremos la estimación de integrales de la forma

$$I_\mu(f) = \int_{\mathbb{T}} f(z) d\mu(z)$$

mediante una fórmula de cuadratura de Szegő de n puntos:

$$I_n(f) = \sum_{j=1}^n \lambda_j f(z_j), \quad z_i \neq z_j, \quad i \neq j, \quad z_k \in \mathbb{T}, \quad k = 1, \dots, n.$$

Recientemente se ha probado en [1] que tal fórmula puede computarse mediante un problema de autovalores para matrices de Hessenberg ó CMV de manera análoga a lo que ocurre en la estimación de integrales sobre el eje real a través de fórmulas de cuadratura Gaussianas vía matrices tri-diagonales de Jacobi.

El objetivo de esta charla es generalizar tales procedimientos. Para ello, consideremos el producto interior inducido por μ y procedamos ortogonalizando mediante el método de Gram-Schmidt una sucesión de monomios $\{z^{r_k}\}_k$, para un cierto orden $r_k \in \mathbb{Z}$. Obtendremos así una sucesión de polinomios de Laurent ortonormales $\{\psi_k\}_k$ en la circunferencia unidad con respecto a la medida μ y al ordenamiento considerado.

Nuestro propósito será mostrar cómo la matriz que representa el operador de multiplicación con respecto a $\{\psi_k\}_k$ es una matriz infinita unitaria o isométrica que admite una factorización con forma de “serpiente”. Tal factorización se entiende en términos de su representación gráfica vía “sucesiones de pequeños segmentos”, siguiendo el reciente trabajo de S. Delvaux y M. Van Barel [3]. Comprobaremos que la forma de la serpiente viene determinada por el orden en el que se ortogonalizan los monomios $\{z^{r_k}\}_k$, mientras que los segmentos de ésta vienen determinados canónicamente en términos de los parámetros de Schur de la medida μ . Matrices de Hessenberg isométricas y penta-diagonales unitarias (matrices CMV) son un caso particular del presente formalismo que nos permitirá analizar finalmente la equivalencia entre los problemas de autovalores asociados a tales matrices con el fin de computar fórmulas de cuadratura de Szegő.

El contenido es parte del reciente trabajo [2] en colaboración con Steven Delvaux (Department of Mathematics, K.U. Leuven, Belgium) y se trata de una continuación de [1].

Referencias

- [1] **M.J. Cantero, R. Cruz-Barroso and P. González-Vera.**- *A matrix approach to the computation of quadrature formulas on the unit circle*, Appl. Numer. Math. 58 (2008), 296-318.
- [2] **R. Cruz-Barroso and S. Delvaux.**- *Orthogonal Laurent polynomials on the unit circle and snake-shaped matrix factorizations*, submitted (2007).
- [3] **S. Delvaux and M. Van Barel.**- *Unitary rank structured matrices*, J. Comput. Appl. Math. 215 (2008), 49-78.