

Asintótica relativa de polinomios ortogonales múltiples

Guillermo López Lagomasino

Universidad Carlos III de Madrid

Considerense dos sucesiones de polinomios ortogonales $(q_n)_{n \geq 0}$, $(p_n)_{n \geq 0}$ con respecto a $d\mu$ and $\rho d\mu$, respectivamente, donde μ es una medida finita y positiva de Borel soportada en un intervalo acotado Δ de la recta real y ρ es una función positiva en Δ , integrable con respecto a μ . A finales de los ochenta, A. Maté, P. Nevai, y V. Totik por una parte y E.A. Rakhmanov por otra, publicaron una serie de artículos relacionados con la existencia de $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n/q_n$ bajo restricciones adecuadas sobre μ y ρ (sin asumir que μ estuviese en la clase de Szegő). Desafortunadamente, condiciones necesarias y suficientes para la existencia de tal límite no fueron dados y es un problema que permanece abierto hasta nuestros días. Desde entonces, la teoría de polinomios ortogonales múltiples, en la cual las condiciones de ortogonalidad se distribuyen entre las medidas de un sistema, ha logrado notables avances. Esto es particularmente cierto en el caso de los llamados sistemas de Nikishin que bajo condiciones adecuadas tienen familias de polinomios ortogonales múltiples que exhiben comportamiento asintótico logarítmico, del cociente, o fuerte, según el caso. Nosotros damos condiciones suficientes para la existencia de la asintótica relativa de dos sucesiones de polinomios ortogonales múltiples con respecto a sendos sistemas de Nikishin que son comparables en generalidad a las dadas en el caso escalar por los autores anteriormente mencionados. Por ejemplo, nuestro resultado contienen el caso en que el segundo sistema de Nikishin se obtiene perturbando las medidas generadoras del primero con funciones continuas y positivas.

Trabajo conjunto con A. López-García.