

# **“La medición de la eficiencia en educación: análisis de diferentes propuestas para incorporar factores no controlables”**

Cordero Ferrera, José Manuel (Universidad de Extremadura)  
Pedraja Chaparro, Francisco (Universidad de Extremadura)  
Salinas Jiménez, Javier (Instituto de Estudios Fiscales)

## **Resumen**

La medición de la eficiencia en el sector educativo es una tarea muy compleja. Uno de los motivos es que el principal factor productivo con el que cuentan los centros escolares, las características del alumnado, está fuera de su control, por lo que debe recibir un tratamiento diferente al resto en las evaluaciones. En este trabajo se examinan las diferentes opciones que existen en la literatura para incorporar “inputs no controlables” en un análisis DEA, con el propósito de determinar cuál resulta más apropiada en el contexto de una evaluación de centros escolares. En la aplicación empírica realizada se presentan los resultados alcanzados con la aplicación del modelo propuesto por Fried et. al (1999), en el que se aplican técnicas de *bootstrap* para evitar problemas de sesgo en las estimaciones.

**Palabras clave:** DEA, Eficiencia, Factores Exógenos, Educación secundaria.

## 1. INTRODUCCIÓN

La especial atención que siempre han prestado tanto los gestores públicos como la comunidad científica hacia el sector educativo parece lógica si tenemos en cuenta los resultados de diversos trabajos que relacionan la calidad de la educación, medida mediante tests internacionales, con el crecimiento económico de los países (Hanushek y Kimko, 2000 o Barro, 2001).

Buena parte de la actividad investigadora en los últimos años se ha dirigido a analizar el comportamiento de los centros escolares intentando medir su nivel de eficiencia, lo que obliga a relacionar resultados con recursos. El análisis de eficiencia en el ámbito educativo resulta más complejo que en la mayor parte de los sectores productivos por diversas razones. Entre ellas la dificultad de medir el output, los efectos en el medio plazo o el desconocimiento de la función de producción. Desde la publicación del informe Coleman (1966), se reconoce además que los efectos sobre el output de determinados factores exógenos, como las características socioeconómicas o la aptitud de los alumnos, pueden llegar a ser superiores a aquellos otros típicos del proceso educativo (profesores, gasto por estudiante, tamaño de las aulas,...). El hecho de que esos factores queden fuera del control de los centros educativos supone una dificultad añadida a la complicada tarea de evaluar el comportamiento más o menos eficiente de estos centros.

Un repaso de la literatura en este campo permite comprobar que a la aceptación de la relevancia de estos factores exógenos se añade una variedad de alternativas al realizar las evaluaciones. Mientras que en los primeros trabajos no se establecían diferencias en el tratamiento de los inputs controlables y no controlables (Bessent et. al, 1982), en otros más recientes se incluyen conjuntamente ambos inputs en una sola etapa aunque con un tratamiento diferente (Ruggiero, 1998). En otros trabajos, el proceso de evaluación consta de varias etapas con el fin de dar un tratamiento apropiado a las especiales características de estos factores (Ray, 1991; McCarty y Yaisawarng, 1993; Muñiz, 2002). Dentro de la opción multietápica, hay

propuestas teóricas que incluso no han sido aplicadas al ámbito educativo (Fried et. al, 1999; Fried et. al 2002 o Simar y Wilson, 2003).

En esta situación parece conveniente preguntarse sobre la idoneidad de las diferentes opciones. Existen interesantes antecedentes que se aproximan a ese objetivo comparando para una muestra determinada los resultados obtenidos utilizando algunas de las propuestas anteriores (Worthington y Dollery, 2002). En este trabajo, además de considerar nuevas alternativas, analizamos sus ventajas e inconvenientes tanto desde una perspectiva metodológica como práctica.

Con este objetivo, el artículo se organiza del siguiente modo. En la sección segunda se exponen brevemente algunas cuestiones relevantes en la medición de la eficiencia en educación y el Análisis Envolvente de Datos (DEA) que es la técnica habitualmente utilizada para ello. A continuación, se presentan y valoran las distintas opciones para incorporar los inputs no controlables por los centros en la medición de la eficiencia. Ello nos permite, en la sección cuarta, llevar a cabo una aplicación empírica para un conjunto de centros españoles en la que utilizamos, para descontar el efecto de los inputs no controlables, una extensión del modelo propuesto por Fried et. al (1999), no aplicado hasta el momento en la medición de la eficiencia de centros escolares. El trabajo se cierra con el habitual apartado de conclusiones.

## **2. LA MEDICIÓN DE LA EFICIENCIA EN EL SECTOR EDUCATIVO**

A pesar de la abundante literatura sobre la evaluación de la eficiencia en educación aún siguen vigentes muchos interrogantes sobre la función de producción en este sector (Engert, 1996). Las explicaciones de esta situación son diversas. La educación no es algo instantáneo sino que produce sus efectos en el medio plazo; el output, multidimensional y difícil de medir, es consecuencia de un proceso complejo influido por diversos factores, algunos al margen del control de las unidades productivas, etc. Todo ello dificulta extraordinariamente la definición de una función de producción educativa genérica que incorpore correctamente todos los aspectos relevantes del

proceso de producción escolar y, en consecuencia, la posibilidad de medir la eficiencia mediante una simple comparación entre los resultados reales y los que potencialmente podrían obtenerse (Hanushek, 1986).

En este contexto el interés de los investigadores se ha dirigido a intentar definir y medir el output escolar, identificar los factores que tienen una mayor influencia sobre éste y relacionar unos con otros respetando las especiales características del sector.

La medición del output educativo suele limitarse a aquellas dimensiones que son relativamente fáciles de medir y estén directamente relacionadas con los objetivos fundamentales del nivel educativo correspondiente. En el caso de la enseñanza secundaria, lo habitual es utilizar los resultados obtenidos por los estudiantes en una prueba común para todos los centros realizada al final del ciclo correspondiente.

En cuanto a los inputs, pese a las dificultades que plantea la especificación de una función de producción educativa, existe evidencia empírica para identificar los factores que tienen una mayor influencia sobre el output escolar. En el Informe Coleman (1966), que analizó el comportamiento de una amplia muestra de centros educativos no universitarios y es uno de los trabajos más influyentes de la literatura, se concluía que las características del alumnado, variable sobre la que los centros no tienen, en principio, ningún control, afectaban al rendimiento más que los recursos típicos de los centros como el número de profesores, el tamaño de las aulas, o los gastos del centro.

La publicación de este Informe ha dado lugar a un amplio debate entre quienes apoyan que estos factores no tienen influencia sobre los resultados educativos (Hanushek, 1986) y los que consideran que un mayor gasto en educación produce unos mejores resultados (Pritchett y Filmer, 1999). En todo caso, un estudio que pretenda medir la eficiencia productiva de un conjunto de centros educativos debe considerar también esos factores productivos ya que el concepto de eficiencia técnica lleva implícita la idea del grado de aprovechamiento de los recursos.

El caso de las variables exógenas o de entorno, común en otros sectores productivos, es diferente. Su influencia sobre el output escolar está ampliamente confirmada por la evidencia empírica y suele asociarse a una determinada característica del productor que puede afectar a los resultados (Pedraja y Salinas, 1996). Ejemplos en el ámbito educativo son el tipo de propiedad de los centros (públicos o privados) o su localización (urbanos o rurales). En estos casos, la solución más frecuente suele ser agrupar a las unidades y evaluarlas con aquéllas que actúan en un entorno similar.

Por el contrario, las variables representativas de las características del alumnado, también denominadas a veces exógenas, son inputs que intervienen directamente en el proceso productivo influyendo en los resultados. Estos inputs, no controlables por las unidades (“inputs no controlables”) deben considerarse en la evaluación de la eficiencia de manera que se calcule aquella de la que son responsables los centros educativos.

Sin embargo, la utilización de estas variables no resulta sencilla por la escasez de información pública disponible sobre ellas, lo que provoca que en ocasiones se utilicen meras aproximaciones<sup>1</sup>. Una forma de superar estas limitaciones, aunque costosa y por ello poco frecuente, es realizar encuestas a los alumnos con el fin de obtener información sobre los factores fundamentales identificados por la literatura: el entorno socioeconómico y familiar, la capacidad innata de los estudiantes y las características de los estudiantes con los que se relacionan en su vida escolar (*efecto peer-group*).

En cuanto a la técnica utilizada para estimar la eficiencia relativa de los centros escolares, la mayor parte de los trabajos optan por aproximaciones no paramétricas y, concretamente, por el Análisis Envolvente de Datos (DEA)<sup>2</sup>. La elección se basa, entre otras razones, en su gran flexibilidad, lo que resulta

---

<sup>1</sup> Como ejemplo pueden señalarse los trabajos de Bessent et. al (1982) o Thanassoulis y Dunstan (1994), que aproximan el nivel económico de las familias a través del porcentaje de alumnos con derecho a descuentos en comidas.

<sup>2</sup> Los escasos trabajos que utilizan técnicas paramétricas en el sector (Bates, 1997 ó Chakraborty et. al, 2001) coinciden en señalar la preferencia por la opción no paramétrica.

especialmente adecuado en un ámbito como el educativo en el que se desconoce la función de producción, y en su capacidad para adaptarse a procesos en los que intervienen no solo una diversidad de inputs sino también, una serie de outputs intermedios, en lugar de un único output final<sup>3</sup>. Además, en los últimos años, se han desarrollado diferentes alternativas para incorporar a la técnica la existencia de inputs no controlables en el cálculo de los índices de eficiencia, lo que resulta especialmente interesante en el sector educativo.

El DEA, introducido por Charnes, Cooper y Rhodes (1978), se caracteriza por no imponer una forma funcional determinada en la función de producción, sino que se establecen unos supuestos sobre las propiedades de la tecnología que permiten definir el conjunto de procesos productivos factibles, cuya frontera envuelve a los datos observados. La formulación estándar del programa puede adoptar varias formas en función de que se opte por una orientación a la reducción de inputs o al incremento de outputs, o se presente como un programa fraccional (modelo original), lineal o dual. Sin embargo, todas ellas comparten el mismo enfoque: la eficiencia de cada unidad depende de la capacidad de cada productor para mejorar sus resultados o reducir el consumo de recursos, estando sujeto a unas restricciones que reflejan la actividad del resto de productores.

Desde nuestro punto de vista, si se pretende evaluar el comportamiento de un conjunto de centros que disponen de un presupuesto y buscan obtener los mejores resultados posibles, resulta aconsejable utilizar un programa con orientación al output. En cuanto a su formulación, la sencillez de su interpretación convierte al programa dual en la opción más común<sup>4</sup>:

$$\text{Max } \phi + \varepsilon \sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+$$

---

<sup>3</sup> Seiford y Thrall (1990) consideran que el uso del DEA es preferible a cualquier otro tipo de análisis cuando se pretende medir la eficiencia de un conjunto de organizaciones que producen varios outputs.

<sup>4</sup> El modelo definido se corresponde con la versión original del DEA propuesta por Charnes, Cooper y Rhodes (1978), el cual asume una tecnología productiva caracterizada por el supuesto de rendimientos constantes de escala. Este supuesto tan restrictivo fue relajado posteriormente en el trabajo de Banker, Charnes y Cooper (1984), con la introducción de una nueva restricción en el programa para permitir rendimientos variables de escala:  $\sum \lambda_j = 1$ .

$$\begin{aligned}
\text{s.a. } \quad & \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j + s_i^- = x_{i0} & i = 1, 2, \dots, m \\
& \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j - s_r^+ = \phi y_{r0} & r = 1, 2, \dots, s \\
& \lambda_j \geq 0; s_r^+ \geq 0; s_i^- \geq 0 & j = 1, 2, \dots, n
\end{aligned}$$

donde  $\phi_0$  es el índice de eficiencia,  $\varepsilon$  es un infinitesimal no-arquimedeano,  $\lambda_i$  son las ponderaciones y  $s_i^-$  y  $s_r^+$  son las variables de holgura (*slacks*) de los inputs y outputs, respectivamente. Un valor unitario del índice supone que el productor es relativamente eficiente respecto al resto de las unidades. Si el índice es menor que la unidad, la unidad evaluada es ineficiente, ya que existen otras unidades en la muestra que muestran un mejor comportamiento.

Esta formulación del programa resulta especialmente atractiva pues, además de asignar un índice de eficiencia a cada unidad, permite detectar posibles reducciones adicionales en los inputs o incrementos potenciales en los outputs en determinados casos en los que el índice fuera unitario, a través de las holguras o *slacks* estimadas para cada variable. Esta información es mucho más rica que la que ofrece el índice de eficiencia y puede ser de gran utilidad a la hora de identificar el origen de posibles ineficiencias por parte del productor.

### **3. ALTERNATIVAS PARA INCORPORAR LOS INPUTS NO CONTROLABLES: VENTAJAS E INCONVENIENTES.**

El repaso de las opciones existentes en la literatura para incorporar los factores exógenos en la evaluación de la eficiencia permite establecer una primera distinción entre metodologías de una y varias etapas. En los modelos de una etapa, los inputs no controlables se incluyen desde el principio en el cálculo de los índices de eficiencia realizando de un único DEA. En los de varias etapas, en una primera fase se estima, mediante un DEA, los índices de eficiencia sin incluir los inputs no controlables para, posteriormente, corregirlos en función del efecto de tales inputs. Dicha corrección puede realizarse

directamente sobre los índices o modificando los valores originales de las variables lo que da lugar a nuevas alternativas dentro del segundo grupo.

Ante este panorama parece lógico poder disponer de alguna guía que permita seleccionar aquellas opciones más apropiadas. Con este fin examinamos las principales ventajas e inconvenientes de las alternativas existentes en la literatura<sup>5</sup> combinando una perspectiva teórica con otra de tipo práctico en función del objetivo del análisis y las características de la información disponible.

### **3.1. Los modelos unietápicos**

Los modelos de una etapa (Banker y Morey, 1986, Golany y Roll, 1993, Ruggiero, 1998) son la alternativa más utilizada<sup>6</sup>. Estos modelos modifican las restricciones del programa DEA estándar incorporando el carácter no controlable de algunos de los inputs empleados. Con esta alteración, suponiendo una orientación de minimización de inputs, no se persigue la reducción equiproporcional de todo el vector de inputs, sino tan solo del subvector formado por los inputs controlables.

La principal ventaja es su sencillez pues simplifica el cálculo de los índices de eficiencia introduciendo todas las variables relevantes en un único DEA. La alternativa presenta, sin embargo, algunos problemas metodológicos. El primero, su limitación a una orientación de minimización de inputs cuando, teniendo en cuenta la actuación de los centros, sería recomendable una orientación al output. Con esta orientación, sin embargo, todos los inputs quedan fijados y no existe posibilidad de dar un tratamiento diferenciado a los que están fuera del control de los centros escolares. El segundo, el que las unidades eficientes coinciden con las que se obtendrían al aplicar un DEA en el

---

<sup>5</sup> Este análisis deja al margen otros métodos que tratan de explicar posibles ineficiencias de los productores explicados por la influencia de variables ambientales o de entorno como son los modelos de Charnes et. al (1981), Pastor (1994) o Daraio et. al (2005).

<sup>6</sup> La mayoría de los programas informáticos desarrollados específicamente para la metodología DEA permiten incluir de manera automática los inputs no controlables siguiendo esta opción. Para una revisión de los programas informáticos DEA que existen en el mercado puede consultarse Barr (2004).

que todos los inputs fuesen controlables por las unidades. Este hecho se produce porque la frontera es la misma en uno y otro caso y, en consecuencia, solo se modifican los índices de las unidades ineficientes. El tercer problema, derivado de la propia flexibilidad de la técnica, es que con el aumento del número de variables (al introducir las exógenas) se incrementa automáticamente las posibilidades de que una unidad pase a ser calificada como eficiente (Nunamaker, 1985). Estas limitaciones nos llevan a examinar las posibilidades que ofrecen los modelos de varias etapas.

### **3.2. Los modelos multietápicas**

Aunque estos modelos hayan sido criticados por aceptar como punto de partida unos índices en los que explícitamente no se incluye el efecto de los factores exógenos, lo cierto es que, implícitamente, se considera el efecto de éstos factores en la estimación de los índices eficiencia. La clave está en calcular y descontar correctamente el efecto de esos factores para conseguir unos índices finales de eficiencia que reflejen únicamente el comportamiento de las unidades.

En este sentido, pueden distinguirse dos vías alternativas: un ajuste directo de los propios índices de eficiencia iniciales mediante el uso de técnicas econométricas (*modelos de segunda etapa*) o un ajuste indirecto corrigiendo las variables (inputs/outputs), según el efecto que sobre ellas tienen los inputs no controlables, aplicando un nuevo DEA a los valores ajustados (*modelos de valores ajustados*).

#### **3.2.1. Modelos de segunda etapa**

Estos modelos, conocidos habitualmente en la literatura como “*análisis de regresión o segunda etapa*”, consideran a los inputs no controlables ( $Z_j$ ) como variables explicativas en una regresión en la que la variable dependiente es el índice de eficiencia inicial ( $\theta_j$ ). De este modo, se ajustan los índices

iniciales en función de la dotación de factores exógenos con la que cuenta cada unidad evaluada<sup>7</sup>:

$$\theta_j = f(Z_j, \beta_j) + u_j$$

Su principal ventaja frente al resto de modelos multietápicos es su sencillez, ya que los ajustes se realizan directamente sobre los índices de eficiencia obtenidos en la primera etapa. Esto plantea una primera limitación ya que en la corrección sólo se tiene en cuenta el componente radial de la ineficiencia y no las posibles ineficiencias derivadas de la existencia de holguras.

Otra limitación de orden práctico es que sólo puede aplicarse si existe una relación significativa entre los índices de eficiencia y las variables exógenas. Muchos trabajos asumen, erróneamente, que si los resultados dependen de los inputs no controlables debe haber una relación significativa entre dichos factores y el índice de eficiencia. Sin embargo, este supuesto no se cumple con carácter general, pues la eficiencia depende de factores diversos. En consecuencia, la utilización de este modelo está supeditada a la existencia de una relación significativa entre ambas variables.

Una crítica fundamental de estos modelos es el incumplimiento de uno de los requisitos básicos del análisis de regresión. En la medida que los índices de eficiencia, estimados en la primera etapa (variable dependiente en la regresión), se construyen con la información de todas las unidades que componen la muestra, se incumplirá el supuesto de independencia en los errores y los índices estimados presentarán sesgos (Xue y Parker, 1999). No obstante, este problema puede superarse mediante la aplicación de técnicas de *bootstrap* (Simar y Wilson, 2003)<sup>8</sup>.

---

<sup>7</sup> Mientras que algunos trabajos aplican mínimos cuadrados ordinarios (Ray, 1988 y 1991) otros utilizan un *Tobit* (Mc Carty y Yaisawarng, 1993; Kirjavainen y Loikkanen, 1998) debido a los límites de los índices de eficiencia.

<sup>8</sup> La expresión analítica del algoritmo planteado por estos autores para evitar los problemas de sesgo en muestras de reducido tamaño se expone en Simar y Wilson (2003), bajo la denominación de "algoritmo 2".

Esta última propuesta resulta muy atractiva si se pretende conocer el signo (positivo o negativo) y la cuantía del efecto que tienen los factores exógenos sobre los índices de eficiencia. No obstante, debe tenerse en cuenta que, con los ajustes realizados mediante esta alternativa, pueden obtenerse unos índices inferiores a la unidad para todas las unidades que componen la muestra<sup>9</sup>. Este hecho, explicado por el criterio de suma cero empleado en la estimación de la regresión, hace imposible la construcción de una frontera de producción y, en consecuencia, dificulta el establecimiento de objetivos de producción de las unidades a partir del conjunto de unidades de referencia (eficientes).

### **3.2.2. Modelos de valores ajustados**

Además de los modelos de regresión o segunda etapa, la literatura ofrece otras propuestas multietápicas más complejas, basadas en la utilización de los *slacks* totales (componente radial y no radial) obtenidos en la primera etapa. El objetivo de estos modelos es identificar qué parte de los *slacks* se explica por el efecto de los inputs no controlables y qué parte está asociada a la propia ineficiencia técnica de los productores. Esta descomposición permite realizar ajustes sobre los valores de las variables (inputs y outputs controlables), mediante los cuales se descuenta el efecto de los factores exógenos. La última etapa, coincidente en todos los modelos, consiste en la realización de un nuevo DEA en el que se incluyen los valores corregidos de las variables en función de la dotación de inputs no controlables de cada unidad. Los nuevos índices estimados recogen exclusivamente el nivel de eficiencia con el que actúa cada productor.

Dentro de estos modelos, las alternativas que existen se diferencian según la técnica empleada en la descomposición de los diferentes factores que forman parte de los *slacks*. El modelo de tres etapas (Fried y Lovell, 1996; Muñiz, 2002) opta por un DEA; el modelo de cuatro etapas (Fried et. al, 1999)

---

<sup>9</sup> Este fenómeno se comprueba en el trabajo realizado por Afonso y St. Aubyn (2005), en el que se aplica la metodología propuesta por Simar y Wilson (2003) en un análisis de los resultados educativos de un conjunto de países.

utiliza regresiones censuradas y la propuesta de Fried et. al (2002) opta por regresiones de frontera estocástica.

a) *Modelo de tres etapas con DEA (Fried y Lovell, 1996; Muñiz, 2002)*

El mecanismo empleado para descomponer los diferentes factores es un DEA en el que se introducen como inputs controlables los *slacks* y como outputs, los inputs no controlables. De esta forma se plantea un problema de minimización de inputs (*slacks*) sujeto al valor de los outputs (inputs no controlables), es decir, se pretende determinar en qué medida pueden reducirse los primeros tomando como fijo el valor de los segundos.

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \beta_0 \\
 \text{s.a.} \quad & \sum_{i=1}^I \lambda_i x_{fi} - s^- = x_{f0} \\
 & \sum_{i=1}^I \lambda_i [(1-\theta_0)x_d + s_d^+] + s^{+'} = \beta_0 [(1-\theta_0)x_d + s_d^+]_0 \\
 & \sum_{i=1}^I \lambda_i = 1 \\
 & \lambda_i, s_d^{+'}, s^- \geq 0
 \end{aligned}$$

donde el *slack* total detectado en la primera etapa para cada productor en la variable  $x_d$  viene dado por la expresión:  $[(1-\theta_0)x_d + s_d^+]_i$ . Como resultado de este proceso se obtiene, para cada unidad, el objetivo (*target*) alcanzable teniendo en cuenta su dotación de inputs no controlables. A partir estos *objetivos* es posible identificar qué parte de los *slacks* se explica por la influencia de efectos externos,  $\beta_0 [(1-\theta_0)x_d + s_d^+]_i$ , y cuál se debe a la ineficiencia,  $(1-\beta_0)[(1-\theta_0)x_d + s_d^+]_i$ .

Su principal ventaja es la utilización de técnicas no paramétricas en todas las etapas del análisis, algo que resulta muy útil no solo por el desconocimiento del proceso productivo en sectores como el educativo, sino

también por superar los problemas de sesgo que caracteriza a la estimación de regresiones mediante técnicas econométricas.

Su principal debilidad es la imposibilidad de corrección a la baja de las unidades calificadas como eficientes en la estimación inicial. Ello no parece apropiado si éstas unidades cuentan con una dotación relativamente elevada de inputs no controlables, lo que añade un elemento práctico, relacionado con el tipo de información disponible, al proceso de selección<sup>10</sup>.

*b) Modelo de cuatro etapas (Fried et. al, 1999)*

Este modelo utiliza, para distinguir los diferentes efectos que incorporan los *slacks*, un sistema de ecuaciones formado por  $n$  regresiones Tobit, una para cada variable. Las variables dependientes son los *slacks* totales de cada output obtenidos en el DEA inicial y los regresores son los factores exógenos:

$$ITS_j^k = f(Z_j^k, \beta_j, u_j^k)$$

donde  $ITS_j^k$  representa el *slack* total obtenido en la primera etapa,  $Z_j^k$  es un vector representativo de los inputs no controlables,  $\beta_j$  es un vector de coeficientes y  $u_j^k$  es el término de error.

Desde una perspectiva aplicada, su orientación al output resulta especialmente apropiada para incluir el efecto de los inputs no controlables en el sector educativo pues esta técnica sólo corrige el valor de los outputs, únicas variables sobre las que influyen estos factores; asimismo puede corregir los índices de las unidades consideradas eficientes en la primera etapa si éstas tienen una elevada dotación de factores exógenos.

Debido a la analogía de esta opción con los modelos de segunda etapa, comparte con ellos ciertas limitaciones. Alguna de tipo práctico, como el que

deba existir una relación significativa entre los *slacks* y las variables exógenas para que pueda ser aplicado, y otra de origen metodológico, más importante, por problemas de sesgo en la estimación de las regresiones<sup>11</sup>. Mientras que el primer inconveniente condiciona su posible aplicación a determinadas muestras, el segundo puede superarse aplicando un *bootstrap* en la estimación del sistema de ecuaciones de la regresión original, posibilidad inédita hasta ahora en la literatura.

c) *Modelo de tres etapas con frontera estocástica (Fried, Lovell, Schmidt y Yaisawarng, 2002)*

El punto de partida del modelo es que *slacks* totales obtenidos en la primera etapa tienen un triple origen: ineficiencia del productor, influencia de los factores exógenos y ruido aleatorio. Para separar estos tres componentes, en la segunda etapa se estima una frontera estocástica con los *slacks* como variable dependiente frente a las variables representativas de los inputs no controlables y un término de error compuesto que diferencia entre los efectos de la ineficiencia y el ruido estadístico. Las regresiones de frontera estocástica adoptan la siguiente forma funcional:

$$s_{ni} = f^n(z_i; \beta^n) + v_{ni} + u_{ni} \quad n = 1, \dots, N \quad i = 1, \dots, I$$

donde  $s_{ni} = x_{ni} - X_n \lambda \geq 0$  son los *slacks* totales de los outputs (inputs),  $f^n(z_i; \beta^n)$  son las fronteras determinísticas de *slacks* factibles,  $z_i = [z_{i1}, \dots, z_{ki}]$ , son las variables de factores exógenos,  $\beta^n$  son los vectores de parámetros a estimar y, finalmente,  $v_{ni} + u_{ni}$  representan los errores, siendo el primero de los componentes el que representa el ruido estadístico  $[v_{ni} \approx N(0, \sigma_{vn}^2)]$  y el segundo

---

<sup>10</sup> Hecho que ha sido determinante en el abandono de la alternativa por parte de sus promotores como se indica en Fried et. al (2002).

<sup>11</sup> El cálculo de los *slacks* también se realiza a partir de la información de todas las unidades que componen la muestra, incumplándose el requisito de independencia de los errores.

$u_{ni} \geq 0$  el que refleja la ineficiencia técnica. Realizando una serie de supuestos estas regresiones puede estimarse mediante máxima verosimilitud.

El carácter estocástico de la propuesta permite incorporar al análisis el efecto de factores que no han sido incluidos en el mismo (ruido aleatorio). Esta opción, además, corrige los índices de las unidades consideradas inicialmente eficientes en el caso de contar con una dotación favorable de factores exógenos. Por último, resulta útil en la identificación de posibles valores extremos o “*outliers*”.

En cuanto a los inconvenientes, podemos destacar el criterio excesivamente bondadoso que emplea para ajustar los índices iniciales de eficiencia (unidad con la peor situación en todas las dimensiones), lo que provoca unos índices finales alejados de las posibilidades reales de producción, así como los problemas de sesgo en las estimaciones ante la falta de independencia entre los errores compuestos.

El análisis realizado de las diferentes alternativas no permite concluir con la existencia de una claramente superior a las demás. Mientras que algunas pueden rechazarse, como los modelos de una etapa o los de segunda etapa que no incorporen la propuesta de Simar y Wilson (2003), la elección entre los modelos multietápicas de valores ajustados exige ciertos requisitos, como la realización de ciertas correcciones con la finalidad de superar problemas metodológicos o determinadas características de la muestra disponible.

En este sentido, la utilización del modelo de cuatro etapas, con la extensión que proponemos para evitar problemas de sesgo, está condicionada por la existencia de una relación significativa entre los índices iniciales y las variables exógenas, mientras que la del modelo de tres etapas con DEA requiere una exploración previa de los datos para evitar posibles problemas de sobreestimación en los índices. Por su parte, la aplicación del modelo de tres etapas estocástico permite detectar el efecto en los índices de eficiencia de otros factores no incluidos en el análisis (ruido aleatorio), pero además de establecer objetivos poco exigentes a las unidades requiere mejoras no

desarrolladas aún en la literatura que permitan eliminar los sesgos de la estimación.

#### **4. APLICACIÓN EMPÍRICA**

A continuación realizamos una estimación del nivel de eficiencia con el que actúan un conjunto de centros de educación secundaria españoles, pertenecientes a la Comunidad Autónoma de Extremadura. La muestra está formada por los ochenta centros públicos pertenecientes a dicha región de los que se dispone de una abundante información sobre los inputs no controlables (obtenida mediante la realización de encuestas a los estudiantes), los resultados logrados por sus alumnos en una examen común y los factores productivos con los que contaban los centros, todo ello referido al ejercicio 2001-2002.

Con esa información se estimaron los índices de eficiencia de los centros sin considerar su dotación de inputs no controlables. Posteriormente, una vez analizados los resultados y teniendo en cuenta las características de la muestra, seleccionamos un modelo apropiado para descontar el efecto de los inputs no controlables y obtener una nueva estimación de la eficiencia de los centros.

##### **4.1. Variables**

Como output se utilizan los resultados obtenidos por los alumnos en la Prueba de Acceso a la Universidad (PAU), un examen común que hacen todos los alumnos que desean acceder a la universidad tras finalizar la educación secundaria. Con esa información se han construido dos variables. La nota media de los alumnos que superan el examen (NOTAS), como indicador de carácter cualitativo, y el porcentaje de alumnos que superan el examen con respecto a los matriculados al principio del curso (APROBADOS).

Como inputs controlables, se han seleccionado las dos variables más utilizadas en la literatura como representativas de los factores gestionados por

los centros<sup>12</sup>. El número total de profesores en el centro por cada 100 alumnos (PROFESORES) y el gasto corriente total por alumno excluido el correspondiente al personal del centro durante el ejercicio (GASTOS)<sup>13</sup>.

La dificultad habitual asociada a la ausencia de información disponible sobre los inputs no controlables, ha sido superada en nuestro trabajo mediante la realización de una encuesta al alumnado de todos los centros evaluados. A partir de ellas se han obtenido 22 variables que ofrecen información sobre una gran variedad de circunstancias que pueden afectar al rendimiento académico de los alumnos. Tras un análisis exhaustivo, fueron seleccionadas once de ellas, todas estadísticamente relacionadas con las variables representativas del output. Estas variables también aparecen asociadas a aquellos factores identificados por la literatura como los más influyentes en el rendimiento del alumno como son el entorno socioeconómico y familiar, sus propias capacidades o la influencia de los compañeros de clase (efecto *peer-group*). Las variables, definidas como porcentaje de alumnos que cumplen unos requisitos se recogen en el Cuadro 1 del Anexo.

En todo caso, dado el todavía elevado número de variables y el hecho de que ninguna en particular representa con precisión a los factores considerados por la literatura y mencionados con anterioridad, decidimos aplicar el *Análisis de Componentes Principales (ACP)*<sup>14</sup>. Esta técnica permite sintetizar toda la información disponible en un número reducido de variables con una pérdida mínima de información. Dichos valores serán los que, finalmente, se incorporarán a la evaluación de eficiencia como variables representativas de los denominados inputs no controlables.

---

<sup>12</sup> Bessent et. al (1982), Smith y Mayston (1987), McCarty y Yaisawarng (1993) o Muñiz (2000) entre otros.

<sup>13</sup> Gastos corrientes distintos del personal. Cabe señalar que, teniendo en cuenta el tipo de variables utilizadas, el concepto de eficiencia que se pretende medir no es estrictamente el de eficiencia técnica, ya que algún input (los gastos distintos de personal) se expresa en términos monetarios, pero están muy próximos a este concepto. En ningún caso, se trata de eficiencia asignativa pues no incluimos el precio relativo de los inputs cuya dificultad de obtención resulta evidente en este ámbito.

<sup>14</sup> Smith y Mayston (1987) fueron los primeros que recomendaron el uso de esta técnica para reducir el número de factores no discrecionales en la evaluación de la eficiencia de centros escolares.

El ACP nos permitió identificar tres componentes que recogen el 78 % de la información original (Tabla 1 del Anexo). Posteriormente, a partir del análisis de la matriz de componentes rotados, se puede comprobar qué variables se asocian con cada uno de los componentes. En la Tabla 2 del Anexo puede observarse que el primer factor está formado por las cinco variables relativas a los ingresos familiares, los estudios y la profesión de los padres, es decir, por aquéllas que determinan el “*entorno socioeconómico del alumno*”. El segundo, por su parte, estaría constituido por variables que representan la “*capacidad del alumnado*”, es decir, las relacionadas con su expediente académico y la opinión que los padres tienen sobre sus posibilidades académicas. Por último, el tercer factor está compuesto por las variables que nos ofrecen información acerca de las características de los compañeros de clase o “*efecto peer-group*” como son las referidas a las aspiraciones de los alumnos o a su esfuerzo por llevar las asignaturas al día.

En definitiva, en la aplicación empírica se utilizan dos variables relativas al output escolar (NOTAS y APROBADOS), dos que ofrecen información acerca de los inputs controlados por los centros (PROFESORES y GASTOS) y tres representativas de los inputs no controlables (los tres componentes obtenidos a partir de las once variables descritas anteriormente). El Cuadro 1 recoge los principales estadísticos descriptivos de estas variables.

Cuadro 1: Estadísticos descriptivos de las variables

	<b>MÍNIMO</b>	<b>MÁXIMO</b>	<b>MEDIA</b>	<b>DESV. TÍP.</b>
<b>NOTAS</b>	50,28	72,52	59,59	4,0987
<b>APROBADOS</b>	12,50	86,42	40,33	14,0819
<b>PROFESORES</b>	7,68	13,21	9,64	1,1490
<b>GASTOS</b>	65,63	543,86	161,19	66,8621
<b>COMP 1</b>	0,00	4,60	1,3050	1,0000
<b>COMP 2</b>	0,00	5,06	2,6922	0,9993
<b>COMP 3</b>	0,00	5,27	1,8900	1,0000

#### 4.2. Resultados obtenidos con el DEA inicial

En este apartado se realiza una evaluación de la eficiencia de los centros aplicando un DEA utilizando solamente los inputs discrecionales. La orientación es, como se justificó con anterioridad, de maximización de outputs y consideramos rendimientos variables de escala tanto para eliminar posibles ineficiencias relacionadas con el tamaño de los centros como por ser la opción adecuada en casos en los que se utilizan ratios en los inputs o en los outputs (Hollingsworth y Smith, 2003).

Los resultados de la Tabla 3 del Anexo muestran ocho unidades eficientes (IES 12, 18, 24, 31, 44, 52, 56 y 71) que pueden, a su vez, dividirse en dos grupos. El primero (IES 12, 31, 56 y 71), formado por unidades que han obtenido unos mejores resultados en la PAU; el segundo (IES 18, 24, 44 y 52), representado por aquéllos con menores inputs. En cuanto a las unidades ineficientes, las que obtienen unos índices más bajos son las que presentan los peores resultados en la PAU (IES 10, 37, 53 ó 64) o las que, pese a contar con mayores recursos, alcanzan unos resultados mediocres (IES 15, 48 ó 62).

Esta primera evaluación sería correcta si todos los centros tuviesen un alumnado de similares características lo que no es cierto a la vista de la información contenida en el Cuadro 1. Es necesario entonces incorporar estas variables al proceso de evaluación.

Del análisis llevado a cabo en la sección anterior y teniendo en cuenta que pretendemos obtener unos índices que discriminen entre unidades eficientes e ineficientes, con el fin de fijar unos objetivos de producción y consumo para las unidades, la elección entre las diferentes propuestas metodológicas existentes para incorporar las variables exógenas se limita al modelo de tres etapas con DEA y al de cuatro etapas. La selección del último se ha basado en las características de la muestra.

En este sentido comprobamos que las unidades calificadas como eficientes en la primera etapa presentan una elevada dotación de inputs no controlables (Tabla 4 del Anexo). Este hecho hace necesario el ajuste de los índices de eficiencia de esas unidades pues sus buenos resultados se deben,

en gran medida, a la mayor calidad de su alumnado. Esta situación descarta la elección del modelo de tres etapas ya que mantendría como eficientes a estas unidades después del proceso de ajuste.

A continuación contrastamos la existencia de una relación significativa entre las holguras (*slacks*) obtenidas en la primera etapa y los inputs no controlables, requisito necesario para poder aplicar la extensión propuesta al modelo de cuatro etapas. Los resultados del Cuadro 2 confirman esa relación en todas las variables (p-values muy cercanos a 0 para los tres componentes) tanto para la estimación de las regresiones Tobit iniciales, como para las estimaciones realizadas mediante un proceso de *bootstrap* con 10.000 iteraciones. En consecuencia, utilizamos una extensión del modelo de cuatro etapas aplicado a la estimación de la eficiencia de centros escolares.

Cuadro 2: Resultados de las regresiones Tobit

1-80	Variable Dependiente			
Variable Independiente	<i>Slacks</i> Aprobados	<i>Slacks</i> Notas	<i>Slacks</i> Aprobados (Bootstrap)	<i>Slack</i> Notas (Bootstrap)
Constante	30,9050** (2,6931)	21,6691** (1,7208)	30,9112** (2,6790)	21,6763** (1,7084)
CP1	-3,1547** (0,7406)	-2,7603** (0,4732)	-3,1539** (0,7402)	-2,7671** (0,4748)
CP2	-3,8893** (0,7416)	-1,7736** (0,4739)	-3,8794** (0,7401)	-1,7690** (0,4712)
CP3	-2,1842** (0,7411)	-1,3464** (0,4735)	-2,1956** (0,7375)	-1,3497** (0,4733)

Nota: Los errores estándar de los parámetros estimados se muestran entre paréntesis. Los subíndices \*\* indican que el parámetro estimado es significativo al 5 por ciento.

### 4.3. Resultados obtenidos incorporando el efecto de los INC

La comparación de los índices obtenidos en el modelo de cuatro etapas con respecto a los iniciales permite obtener algunas conclusiones (Cuadro 3). En primer lugar, se produce un incremento de la eficiencia media. Son más las unidades beneficiadas por la inclusión de los inputs no discrecionales que las perjudicadas y las ganancias en eficiencia superan a las pérdidas (Tabla 3 del Anexo).

Cuadro 3: Diferencias entre el DEA inicial y el modelo de cuatro etapas extendido

	<b>Unidades eficientes</b>	<b>Eficiencia media</b>	<b>Porcentaje de unidades con diferencia &gt; 5%</b>	<b>Coefficiente de Spearman</b>
<b>DEA inicial</b>	8	84,96	57,5	0,714
<b>4 Etapas modificado</b>	12	89,25		

En segundo lugar, el número de unidades eficientes aumenta hasta 12, como consecuencia de que cinco pasan ser eficientes (IES 22, 25, 34, 42 y 78), y una (IES 24) deja de serlo. Los nuevos centros eficientes se han visto beneficiados porque en la segunda estimación, los índices asignados a cada unidad se construyen teniendo en cuenta todos los recursos con los que cuentan, es decir, en función de sus verdaderas posibilidades de producción.

Al igual que ocurre con las unidades que pasan a ser eficientes, existen otras que, sin llegar a alcanzar la frontera, se aproximan a ella claramente. Este es el caso de los centros (IES 28, 33 ó 36). Todos fueron perjudicados en la primera evaluación que desconocía el tipo de alumnado existente en cada centro. Sin embargo, aplicando la metodología de cuatro etapas, todas incrementan su valoración estando entre las diez unidades que, sin llegar a ser eficientes, presentan un mejor comportamiento.

En el caso de la unidad que pasa de eficiente a ineficiente se produce la situación contraria. Si no se tienen en cuenta todos los recursos (DEA inicial), se beneficia a este centro ya que es uno de los que tiene un alumnado de mejor calidad. Sin embargo, en la evaluación posterior se comprueba que este centro no estaba maximizando sus resultados dada su dotación de factores no controlables.

Otras muchas también obtienen un índice sensiblemente inferior tras la corrección realizada con el modelo de cuatro etapas, lo que provoca cambios importantes en la clasificación final de los centros. Los más llamativos son los de las unidades 20, 50 y 59, que se caracterizan por tener una dotación de inputs no controlables claramente superior al resto.

Por último, aunque la cuantía de las correcciones no es muy elevada, los índices de eficiencia tienen modificaciones significativas en un número considerable de unidades. Más de la mitad cambian su índice en más de un 5 %. Esto altera la ordenación final de las unidades tal y como se observa por el valor del coeficiente de rangos de Spearman (0,714) (Cuadro 3).

## **5. CONCLUSIONES**

En este trabajo se ofrece un análisis detallado de las ventajas e inconvenientes que presentan las alternativas que ofrece la literatura para incorporar el efecto de los inputs no controlables en la estimación de índices de eficiencia. Su utilización es imprescindible en ámbitos como el educativo dónde el output depende en gran medida de factores que, como sucede con las características del alumnado, están fuera del control de los centros.

Una vez descartadas algunas opciones metodológicamente inadecuadas, no es posible establecer la superioridad de alguna de ellas sobre el resto con generalidad. La elección vendrá condicionada por los objetivos específicos del estudio y las características de la muestra disponible.

Esas conclusiones fueron seguidas en la estimación de la eficiencia de un conjunto de centros españoles de educación secundaria al que aplicamos un modelo de cuatro etapas propuesto por Fried et. al (1999) al que añadimos un *bootstrap* para evitar problemas de sesgo en las estimaciones. La aplicación realizada constituye una novedad en el ámbito educativo y demuestra con claridad las notables diferencias en los resultados con un DEA estándar que no considere el efecto de los inputs no controlables.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AFONSO, A. y ST. AUBYN, M. (2005): "Cross-country Efficiency of Secondary Education Provision: a Semi-parametric Analysis with Non-discretionary Inputs", Department of Economics, Institute for Economics and Business Administration (ISEG), Technical University of Lisbon.
- BANKER R.D.; CHARNES, A. Y COOPER, W.W. (1984): "Some models for estimating technical and scale inefficiencies in Data Envelopment Analysis", *Management Science*, vol. 30, nº 9, pp. 1078-1092.
- BANKER, R.D. y MOREY, R.C. (1986): "Efficiency Analysis for exogenously fixed inputs and outputs", *Operations Research*, vol. 34, nº 4, pp. 513-521.
- BARR, R. (2004): "DEA Software Tools and Technology: A State-of-the-Art Survey", in Cooper, W., Seiford, L. y Zhu, J.: "Handbook on Data Envelopment Analysis", Kluwer Academic Publishers.
- BARRO, R. (2001): "Human Capital and Growth", *American Economic Review*, 91 (2), pp. 12-17.
- BATES, J. (1997): "Measuring predetermined socioeconomic inputs when assessing the efficiency of educational outputs", *Applied Economics*, 29, pp. 85-93.
- BESSENT, A.M., BESSENT, E.W., KENNINGTON, J. y REAGAN, B. (1982): "An application of mathematical programming to assess productivity in the Houston independent school district", *Management Science*, 28 (12), pp. 1355-1367.
- CHAKRABORTY, K., BISWAS, B. y LEWIS, W.C. (2001): "Measurement of technical efficiency in public education: a stochastic and non-stochastic production function approach", *Southern Economic Journal*, 67 (4), pp. 889-905.
- CHARNES, A.; COOPER, W.W. Y RHODES, E. (1978): "Measuring the efficiency of Decision Making Units", *European Journal of Operational Research*, vol. 2, nº 6, pp. 429-444.
- CHARNES, A., COOPER, W.W. y RHODES, E. (1981): "Evaluating program and managerial efficiency: An application of Data Envelopment Analysis to Program Follow Through", *Management Science*, 27 (6), pp. 668-697.
- COLEMAN, J.S. et. al (1966): "Equality of Education Opportunity", Washington, DC; US. GPO.

- CORDERO, J.M., PEDRAJA, F. y SALINAS, J. (2005): "Eficiencia en educación secundaria e inputs no controlables: sensibilidad de los resultados ante modelos alternativos", *Hacienda Pública Española*, nº 173 (2/2005), pp. 61-83.
- DARAIÓ, C. Y L. SIMAR (2005): "Introducing environmental variables in nonparametric frontier models: a probabilistic approach", *Journal of Productivity Analysis*, vol. 24, 1, pp. 93-121.
- EFRON, B. y TIBSHIRANI, R.J. (1993): "*An Introduction to the Bootstrap*", Chapman & Hall.
- FRIED, H.O. y LOVELL, C.A.K. (1996): "Searching for the zeds", ponencia presentada en el II Georgia Productivity Workshop.
- FRIED, H., SCHMIDT, S. y YAISAWARNG, S. (1999): "Incorporating the operating environment into a nonparametric measure of technical efficiency", *Journal of Productivity Analysis*, 12, pp. 249-267.
- FRIED, H., LOVELL, C.A.K., SCHMIDT, S. y YAISAWARNG, S. (2002): "Accounting for Environmental Effects and Statistical Noise in Data Envelopment Analysis", *Journal of Productivity Analysis*, 17(1/2), pp. 157-174.
- GOLANY, B. y ROLL, Y. (1993): "Some Extensions of Techniques to Handle Non-Discretionary Factors in Data Envelopment Analysis", *The Journal of Productivity Analysis* 4, pp. 419-432.
- HANUSHEK, E.A. (1986): "The economics of schooling: production and efficiency in public schools", *Journal of Economic Literature*, 24 (September), pp. 1141-1177.
- HANUSHEK, E. y KIMKO, D. (2000): "Schooling, labor force quality, and economic growth", *American Economic Review*, 90 (5), pp. 1184-1208.
- HOLLINGSWORTH, B. y SMITH, P. (2003): "Use of ratios in Data Envelopment Analysis", *Applied Economics Letters*, vol. 10, pp. 733-735.
- KIRJAVAINEN, T. y LOIKKANEN, H.A. (1998): "Efficiency differences of Finnish senior secondary schools: an application of DEA and Tobit analysis", *Economics of Education Review*, vol. 17 (4), pp. 377-394.
- MCCARTY, T. y YAISAWARNG, S (1993): "Technical efficiency in New Jersey School districts", en FRIED, H., LOVELL, C.A.K. y SCHMIDT, S. (ed.): "*The Measurement of Productive Efficiency: Techniques and Applications*", Oxford University Press, New York.
- MUÑIZ, M. (2002): "Separating Managerial Inefficiency and External Conditions in Data", *European Journal of Operational Research*, vol. 143-3, pp. 625-643.

- NUNAMAKER, T.R. (1985): "Using data envelopment analysis to measure the efficiency of non-profit organizations: A critical evaluation", *Managerial and Decision Economics*, vol. 6, n° 1, pp. 50-58.
- PASTOR, J. (1994): "How to discount environmental effects in DEA: An application to bank branches", Documento de Trabajo del Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas.
- PEDRAJA, F. y SALINAS, J. (1996): "An assessment of the efficiency of Spanish courts using DEA", *Applied Economics*, vol. 28, n° 11, pp. 1391-1403.
- PRITCHETT, L. y FILMER, D. (1999): "What education production functions really show: a positive theory of education expenditures", *Economic of Education Review* 18, pp. 223-239.
- RAY, S.C. (1991): "Resource use efficiency in public schools: A study of Connecticut data", *Management Science*, vol. 37, n° 12, págs. 1.620-1.628.
- RUGGIERO, J. (1998): "Non-discretionary inputs in data envelopment analysis", *European Journal of Operational Research*, 111, pp. 461-469.
- SEIFORD, L.M. y THRALL, R.M. (1990): "Recent developments in DEA: The mathematical programming approach to frontier analysis", *Journal of Econometrics*, 46 (1/2), pp. 7-38.
- SIMAR, L. Y P. W. WILSON (2003): "Estimation and inference in two-stage, semiparametric models of production processes", Discussion Paper 0307, Institut de Statistique, Université Catholique de Louvain.
- SMITH, P. y MAYSTON, D. (1987): "Measuring efficiency in the public sector", *OMEGA International Journal of Management Science*, n° 15, pp. 181-189.
- THANASSOULIS, E. y DUNSTAN, P. (1994): "Guiding Schools to Improved Performance Using Data Envelopment Analysis: An illustration with Data from a Local Education Authority", *Journal of the Operational Research Society*, vol. 45, n°11, pp 1247-1262.
- WORTHINGTON, A.C. y DOLLERY, B.E. (2002): "Incorporating contextual information in public sector efficiency analyses: A comparative study of NSW local government", *Applied Economics*, 34 (4), pp. 453-464..
- XUE, M. y HARKER, P.T. (1999): "Overcoming the Inherent Dependency of DEA Efficiency Scores: A Bootstrap Approach", Working Paper, Wharton Financial Institutions Center, University of Pennsylvania.

## ANEXO

Cuadro 1. Definición de variables representativas de los inputs no controlables

Nombre de la variable	Definición
<b>APROTOD</b>	Alumnos que el curso pasado aprobaron todas las asignaturas
<b>NOREPET</b>	Alumnos que nunca han repetido curso
<b>EXPDTE</b>	Alumnos que aprobaron el pasado curso todas las asignaturas entre junio y septiembre con buenas notas
<b>HORAS</b>	Alumnos que estudian más de 10 horas semanales
<b>ASPIRAC</b>	Alumnos que desean cursar estudios universitarios
<b>CONFIPAD</b>	Alumnos cuyos padres tienen confianza en su éxito académico
<b>INGRESOS</b>	Alumnos cuyos padres tienen unos ingresos elevados
<b>ESTPADRE</b>	Alumnos cuyo padre tiene estudios superiores
<b>ESTMADRE</b>	Alumnos cuya madre tiene estudios superiores
<b>PROFPADRE</b>	Alumnos cuyo padre tiene una profesión cualificada
<b>PROFMADRE</b>	Alumnos cuya madre tiene una profesión cualificada.

Tabla 1: Análisis de Componentes Principales de los inputs no controlables

	Autovalores Iniciales			Suma de las saturaciones al cuadrado de la rotación		
Componente	Total	% de la varianza	% acumulado	Total	% de la varianza	% acumulado
<b>1</b>	5.145	46.777	46.777	5.145	46.777	46.777
<b>2</b>	2.364	21.489	68.265	2.364	21.489	68.265
<b>3</b>	1.092	9.927	78.192	1.092	9.927	<b>78.192</b>
<b>4</b>	.665	6.048	84.241			
<b>5</b>	.459	4.169	88.409			
<b>6</b>	.371	3.373	91.782			
<b>7</b>	.271	2.465	94.247			
<b>8</b>	.208	1.887	96.135			
<b>9</b>	.193	1.757	97.892			
<b>10</b>	.152	1.381	99.273			
<b>11</b>	.079	.727	100.000			

Tabla 2: Matriz de componentes rotados

	COMPONENTE		
	1	2	3
<b>APROTOD0</b>	0.107	<b>0.780</b>	0.374
<b>EDAD</b>	0,072	<b>0,690</b>	0.482
<b>EXPEDIENTE</b>	0,085	<b>0,883</b>	0.126
<b>HORAS</b>	0,057	0,088	<b>0.909</b>
<b>ASPIRACIONES</b>	0,255	0,416	<b>0.505</b>
<b>CONFIPAD</b>	0,274	<b>0,773</b>	-0.194
<b>INGRESOS</b>	<b>0,888</b>	0,112	0.166
<b>ESTPADRE</b>	<b>0,915</b>	0,205	0.037
<b>ESTMADRE</b>	<b>0,916</b>	0,250	-0,042
<b>PROFPADRE</b>	<b>0,899</b>	0,020	0.190
<b>PROFMADRE</b>	<b>0,901</b>	0,114	0.049

Método de rotación: Normalización Varimax con Kaiser.

Tabla 3: Índices de eficiencia estimados

	<b>DEA Estándar</b>	<b>Ranking</b>	<b>4 Etapas</b>	<b>Ranking</b>
IES 1	83,44	46	92,19	25
IES 2	76,43	71	87,38	47
IES 3	87,20	26	88,29	44
IES 4	75,88	72	82,64	70
IES 5	84,23	39	89,57	38
IES 6	90,17	19	89,05	41
IES 7	85,12	33	82,86	69
IES 8	93,46	11	93,68	20
IES 9	85,85	30	91,58	27
IES 10	69,99	79	78,47	77
IES 11	92,38	14	86,23	54
IES 12	100,00	4	100,00	2
IES 13	77,92	67	84,40	61
IES 14	79,59	59	84,06	64
IES 15	75,44	74	84,03	65
IES 16	85,05	34	87,31	48
IES 17	92,30	15	96,17	14
IES 18	100,00	5	100,00	8
IES 19	79,86	56	90,08	37
IES 20	84,94	35	78,53	76
IES 21	82,68	51	92,26	24
IES 22	89,01	22	100,00	5
IES 23	79,41	63	84,44	60
IES 24	100,00	2	93,03	21
IES 25	93,49	10	100,00	10
IES 26	83,58	45	89,54	39
IES 27	84,65	37	90,14	36
IES 28	82,75	49	96,27	13
IES 29	83,11	47	86,36	53
IES 30	80,96	54	88,73	42
IES 31	100,00	8	100,00	11
IES 32	85,64	31	90,78	29
IES 33	83,98	40	96,08	15
IES 34	90,07	20	100,00	9
IES 35	83,88	41	90,24	35
IES 36	79,41	64	95,41	16
IES 37	69,33	80	75,22	79
IES 38	85,43	32	90,55	33
IES 39	81,83	52	87,53	46
IES 40	83,77	43	86,58	51
IES 41	80,44	55	88,51	43
IES 42	91,50	17	100,00	4

IES 43	89,23	21	94,48	18
IES 44	100,00	1	100,00	1
IES 45	91,33	18	94,82	17
IES 46	79,43	61	83,25	68
IES 47	88,67	23	89,22	40
IES 48	74,47	77	81,75	71
IES 49	77,36	68	74,13	80
IES 50	83,78	42	79,71	74
IES 51	82,68	50	84,86	59
IES 52	100,00	6	100,00	7
IES 53	74,58	76	83,90	67
IES 54	88,01	24	92,07	26
IES 55	86,53	28	90,59	31
IES 56	100,00	7	100,00	6
IES 57	84,58	38	90,40	34
IES 58	86,66	27	91,13	28
IES 59	92,49	13	84,10	63
IES 60	79,80	58	92,34	23
IES 61	81,66	53	78,38	78
IES 62	75,74	73	86,73	50
IES 63	83,01	48	86,41	52
IES 64	74,14	78	80,45	73
IES 65	79,81	57	85,75	56
IES 66	75,25	75	79,17	75
IES 67	84,77	36	87,58	45
IES 68	76,86	70	86,87	49
IES 69	80,54	55	85,27	58
IES 70	77,95	66	84,19	62
IES 71	100,00	3	100,00	3
IES 72	79,56	60	86,21	55
IES 73	77,10	69	85,48	57
IES 74	92,11	16	92,47	22
IES 75	87,45	25	94,17	19
IES 76	78,34	65	80,69	72
IES 77	83,67	44	90,64	30
IES 78	95,73	9	100,00	12
IES 79	93,24	12	83,95	66
IES 80	85,91	29	90,56	32
<b>MEDIA</b>	<b>84,96</b>	<b>-</b>	<b>89,25</b>	<b>-</b>

Tabla 4: Dotación de inputs no controlables de cada centro

	CP1	CP2	CP3		CP1	CP2	CP3
<b>IES 1</b>	1,0808	1,4951	1,0187	<b>IES 41</b>	0,2187	2,7987	2,3335
<b>IES 2</b>	1,4212	0,6059	0,1967	<b>IES 42</b>	0,6686	2,1311	2,1477
<b>IES 3</b>	1,8614	3,1401	2,1468	<b>IES 43</b>	0,3599	3,7343	2,2877
<b>IES 4</b>	0,7276	2,7477	2,0753	<b>IES 44</b>	1,9076	1,8234	2,4579
<b>IES 5</b>	1,4026	3,1588	1,3687	<b>IES 45</b>	1,1824	4,3392	1,3264
<b>IES 6</b>	1,9669	2,4983	3,4984	<b>IES 46</b>	0,3398	3,6254	2,7528
<b>IES 7</b>	2,2588	2,6491	3,1852	<b>IES 47</b>	1,0450	3,9637	1,8646
<b>IES 8</b>	0,8083	2,3982	5,2743	<b>IES 48</b>	0,3185	3,4848	0,6267
<b>IES 9</b>	0,6896	3,2240	3,3473	<b>IES 49</b>	1,0532	4,0855	2,9011
<b>IES 10</b>	0,4224	1,8592	1,4136	<b>IES 50</b>	2,0677	4,3398	1,3995
<b>IES 11</b>	4,6013	1,0401	2,0900	<b>IES 51</b>	1,4411	2,7152	2,2873
<b>IES 12</b>	1,3850	3,9275	2,4113	<b>IES 52</b>	3,1948	3,6682	1,6367
<b>IES 13</b>	0,0000	3,3721	2,1315	<b>IES 53</b>	0,5786	1,7482	1,7943
<b>IES 14</b>	1,5857	2,0269	1,3725	<b>IES 54</b>	1,2085	2,6764	2,2443
<b>IES 15</b>	1,0413	0,6457	2,3220	<b>IES 55</b>	1,3972	2,8984	2,3295
<b>IES 16</b>	0,9165	4,4271	1,5982	<b>IES 56</b>	3,6352	5,0613	1,6067
<b>IES 17</b>	1,3560	3,8398	1,4263	<b>IES 57</b>	0,9291	3,0304	1,1858
<b>IES 18</b>	2,4432	2,3563	1,7231	<b>IES 58</b>	1,5084	2,2075	1,4870
<b>IES 19</b>	0,2991	3,2500	0,2965	<b>IES 59</b>	4,4237	2,5879	2,4581
<b>IES 20</b>	2,5508	2,6287	4,0942	<b>IES 60</b>	1,4312	1,8256	1,9502
<b>IES 21</b>	0,5152	2,7861	1,1598	<b>IES 61</b>	1,9006	3,7419	1,8804
<b>IES 22</b>	0,3016	3,1860	1,6239	<b>IES 62</b>	0,9679	1,1688	0,0288
<b>IES 23</b>	0,5144	2,4602	3,0751	<b>IES 63</b>	0,5758	3,5621	2,3229
<b>IES 24</b>	3,5859	3,3580	2,3960	<b>IES 64</b>	0,9592	2,4005	1,2170
<b>IES 25</b>	0,5770	2,6935	3,0344	<b>IES 65</b>	0,8750	3,1157	1,0487
<b>IES 26</b>	0,8750	2,3512	2,2104	<b>IES 66</b>	1,4877	0,6579	3,1975
<b>IES 27</b>	1,0462	3,4355	1,1760	<b>IES 67</b>	1,8478	2,4793	1,4155
<b>IES 28</b>	0,7177	0,0000	1,2093	<b>IES 68</b>	0,2757	2,8287	0,0000
<b>IES 29</b>	0,4964	3,1566	2,4382	<b>IES 69</b>	2,4651	1,9489	0,1295
<b>IES 30</b>	1,2993	3,0063	0,5576	<b>IES 70</b>	0,0480	2,0493	3,7129
<b>IES 31</b>	2,0975	3,5235	2,1756	<b>IES 71</b>	1,4361	2,8011	2,0229
<b>IES 32</b>	0,0925	3,0095	3,6040	<b>IES 72</b>	0,9623	1,6753	2,2555
<b>IES 33</b>	0,1048	2,8841	0,9020	<b>IES 73</b>	1,0699	2,1929	0,4935
<b>IES 34</b>	0,8876	1,5343	2,9837	<b>IES 74</b>	2,6558	3,1612	2,0677
<b>IES 35</b>	1,5845	2,1841	1,3469	<b>IES 75</b>	0,9686	2,0025	2,8209
<b>IES 36</b>	0,5419	0,7101	0,1403	<b>IES 76</b>	0,8843	4,7554	0,3874
<b>IES 37</b>	0,7452	1,6108	2,3759	<b>IES 77</b>	1,6583	1,4129	1,2149
<b>IES 38</b>	2,0752	3,1690	0,9027	<b>IES 78</b>	0,1629	3,6564	1,9776
<b>IES 39</b>	0,2346	3,4821	2,6125	<b>IES 79</b>	3,7948	2,3542	2,1048
<b>IES 40</b>	0,6136	2,7154	2,5032	<b>IES 80</b>	2,7672	2,1222	0,4030
<b>Media</b>	<b>1,3050</b>	<b>2,6922</b>	<b>1,8900</b>	<b>Media</b>	<b>1,3050</b>	<b>2,6922</b>	<b>1,8900</b>