

Funciones abreviadas de bienestar social: Una forma sencilla de simultanear la medición de la eficiencia y la equidad de las políticas de gasto público

*Nuria Badenes Plá
Daniel Santín González*

Universidad Complutense de Madrid

RESUMEN

La eficiencia y la equidad constituyen pilares básicos en el ámbito de la Economía Pública, pero la medición del logro de ambos objetivos por las diferentes políticas públicas suele abordarse de forma separada. En este trabajo proponemos como novedad teórica la aplicación de funciones abreviadas de bienestar social al estudio de políticas de gasto como sanidad, educación, seguridad ciudadana, etc. Para ello se utiliza una función de bienestar social del tipo $V(\mu, I)$ siendo μ una medida de la eficiencia media obtenida mediante fronteras estocásticas e I un índice de pobreza en los resultados. Modificando los parámetros de la función abreviada es posible diseñar reglas de decisión social más interesadas en el logro de eficiencia o equidad. Igualmente, es posible modificar la aversión del legislador social a la desigualdad de resultados o determinar a través de las elasticidades *output-input* qué ocurriría con la eficiencia global, la desigualdad y el bienestar ante distintas políticas públicas. Todas estas posibilidades pueden combinarse fijando un nivel de bienestar o permitiendo que éste varíe para evaluar cuál es la mejor forma de invertir nuevos recursos, cómo reasignar los existentes o qué ahorros potenciales pueden lograrse. Para ilustrar el potencial de esta herramienta se presenta una aplicación empírica para el caso educativo que utiliza los datos españoles a nivel de alumno del Informe PISA de la OCDE para 2000. Se construyen varias funciones alternativas de bienestar social educativo para escuelas públicas y concertadas a partir del rendimiento obtenido en matemáticas. Los resultados muestran que el bienestar educativo en una escuela depende tanto de su grado de eficiencia como de pobreza pudiendo variar su posición en función del peso que la sociedad atribuya a los objetivos de eficiencia y desigualdad.

Palabras Clave: eficiencia, pobreza, riqueza, bienestar educativo.

Clasificación *JEL*: D63, I21, D24,

1. Introducción

En el ámbito de la Economía Pública suele encontrarse una separación sistemática de la investigación aplicada al estudio del ingreso (al que queda reservado el análisis distributivo, pobreza o equidad en términos generales) y del gasto (al que se destinan los estudios de eficiencia, eficacia o coste-beneficio por citar algunos). Por ello no es común hallar investigaciones que aúnen el uso práctico y desarrollo teórico de metodologías de medición de la eficiencia y la equidad simultáneamente. Dado que ambos objetivos son en principio igualmente deseables, la evaluación de un sector productivo de bienes o servicios públicos desde un único punto de vista podría conducir a resultados engañosos. El análisis por separado de ambas consideraciones, la eficiencia y los resultados obtenidos en términos de mínimos decentes, podría llevarnos a conclusiones que no reflejaran el verdadero deseo social de alcanzar los mejores resultados distributivos de la forma más eficiente (o los resultados más eficientes con la mejor distribución posible).

Además, desde el punto de vista del análisis del gasto público, resulta necesario construir índices que reflejen el bienestar que la sociedad tiene con los distintos sectores de producción de bienes y servicios públicos. Este bienestar debería tener en cuenta tanto el lado de la producción, a través de la cuantificación de la eficiencia, como de la demanda, a través de la utilidad o resultados que alcanzan los individuos que reciben los bienes o servicios públicos. Respecto a esta última dimensión los estudios tradicionales de cuantificación de la pobreza tan solo se preocupan de los individuos que no alcanzan un determinado umbral, sin considerar la distinta riqueza relativa del resto de individuos que no son considerados pobres. Esto es, a la hora de evaluar el comportamiento de una política en dos regiones no solo debe importar el nivel de eficiencia, y de pobreza (individuos que no alcanzan estándares normativos) sino también la riqueza o nivel de bienes y servicios recibidos por los individuos no pobres.

El presente trabajo presenta una forma de simultanear el estudio de técnicas de medición de la eficiencia y de pobreza con el fin de cuantificar el bienestar social logrado por diferentes actuaciones del sector público. Presentaremos el desarrollo teórico de la herramienta de evaluación de bienestar social basado en el valor medio de la eficiencia y unos índices de pobreza y riqueza. Esta metodología es además susceptible de ponderar de distinta forma los niveles de eficiencia y pobreza en función de las preferencias que la sociedad revele.

Para cumplir con estos objetivos esta investigación está organizada de la siguiente manera. En el segundo apartado discutiremos someramente y por separado las técnicas de medición de la eficiencia, especialmente a través de fronteras estocásticas y de cuantificación de la pobreza y la riqueza. Además, este segundo apartado presenta la función de bienestar social abreviada como instrumento de agregación de ambas medidas. Con el fin de ilustrar la metodología propuesta, en el apartado tercero se realiza una sencilla aplicación empírica para el caso educativo en España utilizando los datos de PISA 2000. El cuarto último apartado está dedicado a las conclusiones.

2. Metodología

2.1. Eficiencia

La ineficiencia técnica es un concepto económico que intenta analizar los procesos productivos y la organización de tareas fijando su atención en las cantidades de factores productivos o *inputs* utilizados y no en los costes o precios de los mismos. La estimación de la función de producción de un bien o servicio público es un problema frecuente en el ámbito de la economía pública. En la economía española la medición de la eficiencia ha sido aplicada en los principales sectores de gasto público como educación, sanidad, seguridad ciudadana, justicia, servicios sociales o servicio de recogida de basuras entre otros¹.

Los resultados de esta variedad de trabajos tienen fundamentalmente tres tipos de aplicaciones económicas. La primera es la medición de la eficiencia técnica relativa de las unidades de producción. De esta forma podemos detectar comportamientos eficientes y sobre todo ineficientes de cara a su corrección, bien mediante reasignación de recursos bien mediante un estudio de los aspectos relacionados con el contexto, la organización o la gestión. La segunda sería estudiar todos los factores relacionados con la productividad del sector, su evolución, la escala en la que opera y los objetivos de reducción de *inputs* o de aumento de *outputs* de cara a alcanza la eficiencia. La tercera y última sería la estimación de la función de producción con el objetivo de planificar e implementar políticas públicas de asignación de nuevos recursos o de reasignación de los recursos existentes. Todos estos objetivos pretenden, como fin último, ofrecer una valiosa información al gestor para la posterior toma de decisiones.

Desde el punto de vista de la Teoría de la Economía Pública el estudio de la relación entre los *inputs* que utiliza el sector público en distintos sectores, las variables contextuales que acompañan dicho proceso y los resultados o *outputs* obtenidos debe ser analizado considerando la posible existencia de comportamientos ineficientes en la producción. La falta de precios de mercado en muchos sectores, tanto en los *inputs* como especialmente en los *outputs*, hace que casi todos los trabajos traten de medir el concepto Farreliano de ineficiencia técnica, relacionado con factores como la organización o la falta de incentivos tanto monetarios como no monetarios.

Los principales métodos de medición de la eficiencia técnica pueden ser divididos en dos grandes grupos: los métodos no paramétricos, basados en modelos de optimización matemática como el análisis envolvente de datos (DEA) y los métodos paramétricos o econométricos. Ambas metodologías presentan ventajas e inconvenientes derivadas de sus respectivas naturalezas². En principio la discusión acerca de qué herramienta aplicar para medir ineficiencia es irrelevante para los objetivos de esta investigación. Ello es debido a que la propuesta que aquí se presenta para la construcción de funciones de

¹ Para una revisión general de trabajos que miden eficiencia en distintos ámbitos del sector público español puede acudir a *Papeles de Economía Española* (2003), Nº 95.

² No es el objetivo de este papel discutir de forma pormenorizada estas ventajas e inconvenientes. En el trabajo empírico aplicado la elección de una metodología paramétrica supone asumir una forma funcional para una función de producción en principio desconocida, mientras que el uso del análisis envolvente de datos no establece *a priori* ninguna forma funcional. En cambio, los métodos econométricos permiten, frente a las técnicas no paramétricas, calcular elasticidades *output-input* y contrastar de forma estadística la importancia de las distintas variables introducidas en la consecución de los resultados.

bienestar social abreviadas de políticas públicas es invariante ante el hecho de que la ineficiencia de un sector sea calculada con técnicas paramétricas o no paramétricas, siempre que la técnica en cuestión sea correctamente utilizada.

Tenida en cuenta la afirmación anterior en este trabajo tan solo se presenta, por motivos de extensión y porque será la metodología empleada en la aplicación empírica, una breve discusión metodológica acerca de cómo medir la ineficiencia con métodos paramétricos³.

La teoría de las fronteras estocásticas está basada en la estimación de la ecuación 1.

$$\ln y_i = \beta_0 + \sum_{n=1}^N \beta_n \ln(x_{n,i}) + v_i - u_i \quad (\text{ecuación 1})$$

Donde y_i es el *output* de la unidad productiva i , x es el vector de *inputs* [$x = x_1, \dots, x_n$] y β sería un vector de parámetros desconocidos que deben ser estimados. En este análisis el término de error del modelo econométrico es descompuesto en una variable v_{is} distribuida *iid* $N(0, \sigma_v^2)$ que recogería el ruido aleatorio y en una variable no negativa u_{is} distribuida *iid* $N(\phi, \sigma_u^2)$ truncada en cero, que mide el nivel de ineficiencia en la producción. Ambos términos están independientemente distribuidos y por ello $\sigma_{uv} = 0$. Esta especificación es la versión de Battese y Coelli (1992) del modelo de frontera estocástica propuesto por Aigner *et al.* (1977).

La forma paramétrica más utilizada y más simple en la práctica empírica para la estimación de modelos productivos es la especificación Cobb-Douglas y por ese motivo será la que utilizaremos posteriormente en la aplicación empírica⁴. Cabe destacar por último que en la práctica, los parámetros de la ecuación 1 son estimados junto a otros dos parámetros, σ^2 y γ , usando un análisis de máxima verosimilitud donde siguiendo a Battese y Corra (1977): $\sigma^2 = \sigma_v^2 + \sigma_u^2$ y $\gamma = \sigma_u^2 / (\sigma_v^2 + \sigma_u^2)$.

El modelo de frontera estocástica orientado al *output* puede ser fácilmente ilustrado en dos dimensiones a partir del gráfico 1.

³ Para una discusión de las técnicas no paramétricas, fundamentalmente DEA, en el sector público puede acudir a Pedraja *et al.* (2001).

⁴ Sería también posible la especificación de otras formas funcionales más flexibles como la *translog*. Sin embargo, dado el objetivo metodológico de este trabajo se optó por la forma más sencilla.

instrumentos que habitualmente se utilizan para su medida) al ámbito educativo, puesto que la aplicación empírica se refiere de forma específica a este sector. No obstante, la metodología que desarrollamos se puede aplicar a políticas públicas de diversa índole y no exclusivamente educativas.

Definiremos como pobreza educativa aquella situación en la que un alumno no alcanza un nivel predeterminado en los resultados de las pruebas de matemáticas, información contenida en los datos utilizados (PISA 2000). Tal nivel predeterminado está dotado de un significado específico, lo cual elimina los problemas habituales de elección de línea de pobreza cuando nos referimos a renta o riqueza. Así, cobra mucho más sentido decir que un alumno es pobre en términos educativos porque es incapaz de resolver un problema matemático básico que decir que solamente alcanza el 50% de los resultados medianos o medios de los alumnos de su edad.

Los índices de pobreza que se van a calcular son los tradicionalmente utilizados en los estudios de pobreza [Lambert, 1996] adaptados al concepto de pobreza educativa. Ofrecen una visión descriptiva de los resultados educativos, pero al mismo tiempo proporcionan una información muy necesaria para obtener una de las dimensiones que se utilizan posteriormente para construir la función abreviada de bienestar social educativo. No cualquier índice de pobreza es adecuado para ser introducido en una función abreviada de bienestar social, ya que requeriremos el cumplimiento de los requisitos básicos exigibles a cualquier función de bienestar social. Un buen candidato es el índice de Foster Greer y Thorbecke (FGT) ya que además de cumplir los tradicionales requisitos de individualismo, anonimato y aversión a la desigualdad para cualquier valor de *alfa*, cumpliría el principio de las transferencias (incluso decrecientes) si *alfa* fuera mayor o igual a dos⁶.

De ahora en adelante, entenderemos por “pobre” aquél alumno que no ha obtenido más puntuación que la establecida en la línea de pobreza educativa (es decir, que ha suspendido el examen de matemáticas según el criterio de aprobado que se haya fijado, que para nuestra aplicación empírica será de 491 puntos).

La consideración exclusiva de alumnos o escuelas pobres impediría el tener en cuenta todas aquellas unidades que superan el umbral de pobreza en una de las dimensiones de medida del bienestar. Es decir, el valor final del bienestar depende de los niveles de eficiencia obtenidos así como de los valores de pobreza, pero si una unidad no es pobre, su índice de pobreza sería cero independientemente de si se sitúa muy cercana o lejana por la derecha en la línea de pobreza. Para evitar esta asimetría definimos la “riqueza educativa” que se calcula e interpreta de forma perfectamente simétrica al concepto de pobreza educativa, con la única diferencia de que los *gaps* de riqueza se calculan sobre los excedentes en puntuación obtenidos sobre el umbral de pobreza. En nuestro análisis empírico esto conlleva que cuando consideremos el total de alumnos, encontraremos algunos que suspenden (que dotan de valor al índice de pobreza) y algunos que aprueban (hacen lo propio para el índice de riqueza). En el nivel de escuela, igualmente encontraremos alumnos que aprueban y suspenden por lo que podrá calcularse un índice de pobreza y de riqueza para cada una de las escuelas.

⁶ Recordemos que la expresión del índice FGT es la siguiente: $FGT(\alpha) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^q \left[\frac{(z - x_i)}{z} \right]^\alpha$

2.3. Bienestar social abreviado

El bienestar en economía se calcula a partir de las variables que se consideran relevantes en términos económicos. Es cierto que al comparar una familia A de idéntica composición, tamaño y nivel de renta que otra B, serán caracterizadas económicamente como de igual bienestar (si el bienestar depende de la renta, el tamaño y la composición). Y puede ocurrir que los componentes de la familia A estén mejor avenidos que en la B y sean por ello más felices y disfruten de mayor bienestar. Esto es algo no mensurable desde el punto de vista de la economía, ya que las únicas variables que se consideran son las estrictamente económicas. Este mismo planteamiento es el que seguiremos al calcular el bienestar de la política pública educativa: considerar variables de rendimiento estrictamente educativas aún a sabiendas de que el mayor o menor bienestar se logra también a partir de otros parámetros.

El cálculo del bienestar se puede abordar desde dos enfoques alternativos:

- a) Cálculo de utilidades individuales de todos los miembros de la sociedad objeto de análisis, y agregación de todas ellas para obtener el bienestar social.
- b) Utilización de funciones abreviadas de bienestar social que calculan el bienestar directamente sin obtener previamente utilidades individuales.

Nosotros optamos por la segunda de las opciones, por la simplicidad que ello supone, y porque constituye al mismo tiempo una forma de aunar las medidas de pobreza educativa y eficiencia en resultados. La metodología propuesta de consideración simultánea de eficiencia y equidad supone por tanto una novedad consistente con la teoría económica y válida no solo para el estudio de la educación, también constituye una herramienta aplicable a otras políticas de gasto público en las que tradicionalmente se han separado los estudios de eficiencia y equidad (por ejemplo sanidad, educación universitaria, servicios sociales, etc.).

¿Cómo se construye la función de bienestar educativo abreviada? Las funciones abreviadas de bienestar social se obtienen a partir de la consideración de dos parámetros: uno que se refiere a equidad y otro a eficiencia. Como estas funciones se han abreviado habitualmente para el estudio de la distribución de la renta, la idea intuitiva es que queremos saber la felicidad que proporciona a la sociedad un pastel de mayor o menor tamaño, teniendo además en cuenta los tamaños de las porciones, si estas son igualitarias o si hay quien disfruta de porciones muy grandes y otros solamente de migajas. Si el pastel es grande o pequeño, teniendo en cuenta las cantidades de los ingredientes utilizados, quedaría reflejado en la medida de eficiencia, y si está repartido con más o menos igualdad, en un índice de desigualdad.

Por las peculiaridades del fenómeno educativo, la consideración exclusivamente de la desigualdad no cobra tanto sentido como el estudio de la pobreza en los resultados, ya que no nos importa únicamente saber si los resultados educativos son desiguales entre los alumnos o las escuelas, sino el hecho de que resultados excesivamente bajos incapacitan a los alumnos para su desarrollo personal y condicionarán su nivel de ingresos futuros a lo largo del ciclo vital. Es por esto que el índice de desigualdad que

habitualmente se incluye en las funciones de bienestar abreviadas ha sido sustituido por un índice de pobreza⁷, que incorpora la idea de privación, que en este análisis resulta de mayor interés.

La función de bienestar social que abreviamos cumple los tres requisitos básicos:

- a) *Individualismo*: si cualquier alumno mejora la puntuación obtenida mientras que el resto no varía sus resultados, el bienestar educativo habrá crecido, ya que la eficiencia media global se eleva, y por otro lado, la pobreza disminuye y la riqueza aumenta.
- b) *Anonimato*: el nivel de bienestar social debe ser independiente de quiénes sean los individuos que ostenten cada resultado. Ello queda garantizado porque no se pondera de forma distinta a los estudiantes ni en las funciones utilizadas para calcular el nivel de eficiencia ni en las empleadas para obtener los índices de pobreza/riqueza.
- c) *Aversión a la desigualdad*: Para el mismo nivel total de puntuación, se prefieren aquellos escenarios en los que las puntuaciones individuales están más repartidas, o los resultados son más uniformes.

La función abreviada de bienestar social (FBS), depende positivamente del nivel de eficiencia medio μ y del índice de riqueza I_R , y negativamente del índice de pobreza I_P . :

$$FBS = W(\mu, I_P, I_R)$$

+, -, +

Mediante el uso de funciones abreviadas de bienestar educativo se logrará cuantificar el bienestar asociado a diferentes escenarios para poder comparar qué situación es mejor. Pero también mediante el cálculo de elasticidades de respuesta, es posible simular escenarios que permitan al decidor social optar por unas acciones u otras. Se trata pues de una herramienta válida para el análisis de escenarios reales y para la simulación de escenarios hipotéticos.

Antes de exponer los resultados obtenidos, explicitaremos la función de bienestar social abreviada empleada y haremos algunas aclaraciones orientadas al mejor entendimiento de los resultados posteriores. La FBS es del tipo:

$$W = \mu \cdot (1 - k_P I_P + k_R I_R)$$

Los parámetros k_P y k_R ponderan los índices de pobreza y riqueza, I_P e I_R respectivamente. El índice de pobreza incluido en la función abreviada de bienestar social es *FGT*:

⁷ Ello no constituye ningún problema, ya que el índice de pobreza que utilizaremos para abreviar la función de bienestar educativo incorpora las tres dimensiones del fenómeno de la pobreza: intensidad, incidencia, y desigualdad. Estamos incorporando entonces más información de la que habitualmente se utiliza en funciones abreviadas de bienestar.

$$I_P = FGT(\alpha) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^q \left[\frac{(z - x_i)}{z} \right]^\alpha$$

donde n : población total.
 q : número de pobres.
 z : umbral de pobreza.
 α : parámetro de aversión a la pobreza (tomaremos $\alpha=2$ por conveniencia).

De forma simétrica calcularemos el índice de riqueza a partir de los excedentes sobre el umbral de pobreza con la misma filosofía que se usa en FGT como índice de pobreza:

$$I_R = cuasiFGT(\alpha) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m \left[\frac{(x_i - z)}{z} \right]^\alpha$$

donde m : número de ricos.

Los parámetros k_P y k_R son escogidos por conveniencia y sirven para otorgar mayor o menor peso en el bienestar global a la eficiencia o la “equidad” (medida a través de los índices de pobreza y riqueza). Si tales parámetros tomasen valor nulo, el bienestar coincidiría con el valor de la eficiencia media, con lo cual no se consideraría la vertiente de equidad. Valores suficientemente grandes de k_P y k_R harán que lo único que se pondere sea la equidad, anulando el efecto de eficiencia medido a través de μ . Pero la consideración de valores “suficientemente grandes” depende del índice de pobreza incluido en la función abreviada, por lo que el análisis empírico se encargará de ofrecer valores extremos en cada caso. Para escoger valores de k_P y k_R que doten de sentido a los resultados y los hagan interpretables, es necesario exponer el concepto de elasticidad eficiencia-equidad. Para obtener dicha elasticidad es necesario diferenciar totalmente la función abreviada de bienestar social y suponer que el nivel de bienestar no varía, entonces:

$$dW = 0 = \frac{\partial W}{\partial \mu} d\mu + \frac{\partial W}{\partial I} dI$$

$$(1 \pm kI)d\mu \pm \mu kdI = 0$$

como $\varepsilon_{\mu,I} = \frac{\partial \mu}{\partial I} \cdot \frac{I}{\mu}$, tenemos que

$$\varepsilon_{\mu,I} = \frac{k_P I_P}{1 - k_P I_P} \text{ si la unidad es pobre (está bajo el umbral de pobreza) y}$$

$$\varepsilon_{\mu,I} = - \cdot \frac{k_R I_R}{1 + k_R I_R} \text{ si la unidad es rica (está por encima del umbral de pobreza).}$$

Las elasticidades⁸ nos indican la reducción que estaríamos dispuestos a asumir en la eficiencia media si se da una reducción (aumento) de la pobreza (riqueza) de un 1% para que el bienestar no varíe.

El distinto signo de las elasticidades indica en qué sentido debe modificarse el índice de pobreza o riqueza para mantener constante el bienestar si se modifica el nivel de eficiencia o viceversa. Por ejemplo al calcular el bienestar abreviado por escuelas, si la unidad considerada es pobre, un aumento en la pobreza exigiría un aumento del nivel de eficiencia media para que la escuela mantuviese su nivel de bienestar constante, pero si fuese rica, un aumento de la riqueza exigiría una disminución del nivel de eficiencia para que se mantuviese constante el bienestar.

Clasificar las escuelas como ricas o como pobres tendría sentido si trabajásemos con los resultados medios obtenidos en cada una de ellas, pero con el fin de aprovechar la variabilidad de la información de los datos a nivel de alumno, podemos calcular índices de pobreza y riqueza simultáneamente para cada escuela, como ya anticipamos. Ello conduce a algunas diferencias en la FBS utilizada, que será:

$$W = \mu \cdot (1 - k(I_P - I_R))$$

Y de forma análoga, la elasticidad de eficiencia equidad se define como:

$$\varepsilon_{\mu, (I_P - I_R)} = \frac{k(I_P - I_R)}{1 - k(I_P - I_R)}$$

Ello quiere decir que solamente habrá que escoger un valor de k , que tenga en cuenta la diferencia entre la pobreza y riqueza existentes. Además, lo que realmente se va a tener en consideración es cómo los fenómenos de riqueza y pobreza se compensan entre sí. En el límite, si la magnitud de la riqueza y la pobreza fuesen idénticas las consideraciones de equidad serían irrelevantes en la FBS utilizada.

Una situación interesante sería aquélla en la que se otorga el mismo peso a la eficiencia y la equidad, o lo que es lo mismo, que la elasticidad de sustitución eficiencia y equidad fuese unitaria ($\varepsilon_{\mu, I} = 1$). En tal caso, los valores límite de los parámetros k_P y k_R serían respectivamente:

$$\varepsilon_{\mu, I} = 1 \Rightarrow k_P = \frac{1}{2I_P}$$

$$\varepsilon_{\mu, I} = 1 \Rightarrow k_R = -\frac{1}{2I_R}$$

Tomando el valor absoluto de los parámetros k_P y k_R ⁹, ocurre que valores inferiores a los límite, se otorga mayor peso a la eficiencia, y valores superiores, mayor peso a la equidad (pobreza o riqueza), como se resume en la Tabla 1.

⁸ En este caso podemos definir de forma separada las expresiones de las elasticidades, ya que las unidades se clasifican de forma excluyente como pobres o ricas cuando se utilizan valores de resultados medios. Si no es así, mostramos también la expresión correcta que implica elasticidad unitaria si en una unidad aparece pobreza y riqueza simultáneamente.

Tabla 1: Valores de k para ponderar eficiencia y equidad.

$k < \frac{1}{2I}$	$k = \frac{1}{2I}$	$k > \frac{1}{2I}$
Mayor peso a EFICIENCIA	Igual peso EFICIENCIA y EQUIDAD	Mayor peso EQUIDAD

Nota: k debe interpretarse como k_P o k_R cuando las unidades se clasifican como pobres o ricas, y como único k cuando son pobres y ricas al mismo tiempo.

Para llevar a cabo el análisis empírico se ha tenido en cuenta que los datos muestran simultáneamente riqueza y pobreza. Ello es así porque la pobreza se calcula sobre el déficit de puntuación de los alumnos hasta la línea de pobreza, z , y la riqueza, sobre el superávit. Así, unos alumnos presentarán déficit y otros superávit tanto cuando calculemos índices referidos al total de población como para cada escuela. Es interesante destacar que cuando consideremos la población total y obtengamos porcentajes de pobreza y riqueza¹⁰ la suma de los índices será la unidad, no así cuando hablemos de escuelas, ya que la agregación a partir de un número diferente de alumnos en cada colegio implica ponderaciones diferentes en el cálculo de valores medios. En cualquier caso, para la aplicación empírica consideraremos la diferencia entre pobreza y riqueza y no habrá que escoger un k diferente para pobreza y otro para riqueza, sino un solo valor que pondere la diferencia. Esta consideración implica que en la tabla 1, cuando nos referimos al índice de pobreza o riqueza I , en realidad debemos computar la diferencia entre ambos índices, pobreza menos riqueza, quedando el valor crítico como:

$$k \geq \frac{1}{2(I_P - I_R)} \quad \text{ó} \quad k \leq \frac{1}{2(I_P - I_R)}$$

Dada la forma funcional escogida para abreviar el bienestar social, al escoger el valor límite de los parámetros k_P y k_R , se estaría determinando a su vez el valor del bienestar en sí mismo, ya que en caso de que la escuela sea pobre, si la elasticidad es unitaria, el bienestar social es $\frac{\mu}{2}$, y $\frac{3\mu}{2}$ si la escuela es rica. Existen asimismo límites mínimos y máximos para k_P y k_R . Los valores mínimos (nulos) ya se ha mencionado que implican la no consideración de la equidad, sino exclusivamente de la eficiencia. Los valores máximos vienen dados por el extremo en el que la equidad se ponderase tanto que independientemente del nivel alcanzado de eficiencia, el bienestar es nulo porque al existir un índice de pobreza positivo, ésta se pondera con la máxima importancia. Ello ocurre cuando $W = 0 \forall \mu > 0 \Rightarrow k_P = \frac{1}{I_P}$. Por simetría, $k_R = \frac{1}{I_R}$, lo cual acota los valores que puede tomar el bienestar social entre 0 y 2μ . En la Tabla 2 se presentan de forma resumida los resultados que se obtendrán para ciertos valores (mínimo, máximo y de elasticidad unitaria de los k_P y k_R).

⁹ Los parámetros se incluyen de forma positiva en la función abreviada de bienestar social para que las derivadas mantengan los signos que hemos expuesto y la interpretación sea coherente.

¹⁰ Esto ocurre cuando α es igual a cero.

Tabla 2.A. Explicación de la FBS abreviada en caso de pobreza y riqueza para distintos parámetros k y elasticidades de sustitución eficiencia-equidad. (Caso en que las unidades se clasifican como pobres o como ricos)

	Pobreza $W = \mu \cdot (1 - k_P I_P)$			Riqueza $W = \mu \cdot (1 + k_R I_R)$		
k_P (si pobre) y k_R (si rico)	$k_P^{\max} = \frac{1}{I_P}$	$k_P^{\limite} = \frac{1}{2I_P}$	$k_P^{\min} = 0$	$k_R^{\min} = 0$	$k_R^{\limite} = \frac{1}{2I_R}$	$k_R^{\max} = \frac{1}{I_R}$
W	0	$\frac{\mu}{2}$	μ	μ	$\frac{3\mu}{2}$	2μ
Interpretación	Independientemente del nivel de eficiencia, si existe pobreza, el bienestar es nulo. Aversión máxima a la pobreza	Igual importancia otorgada a la pobreza y la eficiencia.	No preocupación por la pobreza. El bienestar solamente depende de eficiencia media	No consideración de la riqueza. El bienestar solamente depende de eficiencia media	Igual importancia otorgada a la riqueza y la eficiencia.	Máxima consideración por la riqueza (por simetría). Realmente si $k_R \rightarrow \infty \Rightarrow W \rightarrow \infty$
Elasticidad eficiencia-pobreza/riqueza $\varepsilon_{\mu, I}$	$\varepsilon_{\mu, I_P} = \infty$ Solamente importa pobreza	$\varepsilon_{\mu, I_P} = 1$ Igual importancia eficiencia equidad	$\varepsilon_{\mu, I_P} = 0$ Solamente importa eficiencia	$\varepsilon_{\mu, I_R} = 0$ Solamente importa eficiencia	$\varepsilon_{\mu, I_R} = 1$ Igual importancia eficiencia equidad	$\varepsilon_{\mu, I_R} = \infty$ Solamente importa riqueza

La interpretación de la elasticidad de la eficiencia respecto a la equidad ($\varepsilon_{\mu, I}$) es la siguiente. Pensemos en una situación en la que existe pobreza. Si la elasticidad fuese unitaria, quiere decir que ante un incremento del 1% en la pobreza, la eficiencia media tendría que aumentar también en 1% para que el bienestar social se mantuviese constante. Si fuese nula la elasticidad, querría decir que ante un incremento del 1% en la pobreza, la eficiencia media no tiene que modificarse y el bienestar se mantendría constante. La razón es que no importa la pobreza, lo único relevante es la eficiencia. Por último, si la elasticidad fuese infinita, ante un incremento de la pobreza del 1% la eficiencia tendría que aumentar infinitamente para mantener el bienestar, y ello ocurre porque se otorga el máximo peso a la eficiencia, o la aversión a la pobreza es la máxima posible. Si planteamos el mismo razonamiento en caso de que existiera riqueza, hay que aclarar que debemos tomar el valor absoluto de la elasticidad, pues entre riqueza y eficiencia no se produce “intercambio” para mantener el bienestar, pues ambos argumentos presentan derivadas parciales positivas en la función abreviada de bienestar social. Es decir, si aumenta la riqueza, para mantener el bienestar constante debería empeorar el nivel medio de bienestar. Teniendo esto en cuenta, la interpretación de las elasticidades es simétrica. Elasticidad unitaria indica que aumentar la riqueza un 1% permitiría un empeoramiento de la eficiencia media del 1%. Si la elasticidad es nula, un incremento de la riqueza del 1% permite no modificar el nivel de eficiencia media y seguir con el mismo bienestar, ya que la única variable que determina el bienestar es la eficiencia, no la equidad. Si la elasticidad fuese infinita, ante un aumento de la riqueza del 1% el nivel de eficiencia media puede bajar infinitamente, ya que lo único que preocupa es la equidad, pero no la eficiencia.

Como en nuestra aplicación empírica tanto el total de alumnos como el de escuelas puede caracterizarse con un índice de pobreza y de riqueza simultáneamente, la función que utilizaremos para evaluar el bienestar social contemplará la diferencia entre ambas magnitudes:

$$W = \mu \cdot (1 - k \cdot (I_P - I_R))$$

y k se escoge de forma que se considere simultáneamente el hecho de que existe pobreza y riqueza y ponderando la diferencia, pero no separando los valores para riqueza y pobreza. La adaptación de la tabla anterior al caso en que pobreza y riqueza se presentan simultáneamente en una misma unidad se presenta en la Tabla 2.B

Tabla 2.B. Explicación de la FBS abreviada para distintos parámetros k y elasticidades de sustitución eficiencia-equidad. (Caso en que las unidades se clasifican como pobres y como ricas simultáneamente)

	Pobreza y riqueza $W = \mu \cdot (1 - k \cdot (I_P - I_R))$		
k^*	$k^{\max} = \frac{1}{(I_P - I_R)}$	$k^{\text{límite}} = \frac{1}{2(I_P - I_R)}$	$k^{\min} = 0$
W	0	$\frac{\mu}{2}$	μ
Interpretación	Independientemente del nivel de eficiencia, si existe pobreza, el bienestar es nulo. Aversión máxima a la pobreza	Igual importancia otorgada a la pobreza y la eficiencia.	No preocupación por la pobreza. El bienestar solamente depende de eficiencia media
Elasticidad eficiencia-pobreza/riqueza $\varepsilon_{\mu, I}$	$\varepsilon_{\mu, (I_P - I_R)} = \infty$ Solamente importa pobreza	$\varepsilon_{\mu, (I_P - I_R)} = 1$ Igual importancia eficiencia equidad	$\varepsilon_{\mu, (I_P - I_R)} = 0$ Solamente importa eficiencia

* Debe escogerse el valor absoluto resultante, ya que para que cobre sentido la FBS tal y como se ha definido, el parámetro k pondera positivamente la diferencia entre pobreza y riqueza. Esto significa que si la pobreza supera la riqueza incidirá negativamente en el valor del bienestar social, y si la riqueza supera la pobreza, ello aumentará el bienestar social.

3. Aplicación empírica. El caso de la educación no universitaria.

Una de las funciones de producción educativa más aceptada y buscada empíricamente (Levin, 1974; Hanushek, 1979) sería la definida por el siguiente modelo.

$$A_{is} = f(B_{is}, P_{is}, S_{is}, I_{is}) \quad (\text{ecuación 2})$$

Donde i denota alumno y s hace referencia a la escuela. A_{is} es el Output educativo, B_{is} las características socioeconómicas en el hogar, P_{is} las influencias de los compañeros, S_{is} los inputs escolares e I_{is} denota la capacidad innata del alumno. Mediante esta

función, asumimos que existe una variable dependiente A_{is} , que medimos a nivel individual, sobre la que influyen la familia del alumno (B_{is}) su capacidad innata (I_{is}), la escuela (S_{is}) y los compañeros (P_{is}). La función anterior puede ser estimada asumiendo que existen comportamientos ineficientes por parte de los alumnos y las escuelas dentro del marco definido en la ecuación 1.

En el caso de la educación, asumimos que el error aleatorio v_{is} recoge las características familiares y escolares no observadas además de la habilidad innata o la suerte a la hora de contestar preguntas, que supondremos variables distribuidas normalmente de forma aleatoria entre los alumnos. El término correspondiente a la ineficiencia u_{is} recogería las diferencias en el esfuerzo, motivación y organización tanto del alumno como de la escuela. Tal y como señalan Rivkin *et al.* (2005) el factor relacionado con la organización de la escuela y con la calidad del profesorado es clave para mejorar los resultados de los alumnos, sobre todo de aquellos más desfavorecidos socialmente.

3.1. Datos

Con el fin de ilustrar la construcción de la función de bienestar educativo abreviada hemos utilizado los datos del proyecto PISA (*Programme for International Student Assessment*) de la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico). El proyecto PISA es una evaluación internacional estandarizada que se aplica al alumnado de 15 años. Este proyecto fue llevado a cabo por primera vez durante el año 2000 y en él participaron 265.000 alumnos de 32 países incluida España. El proyecto evaluó el rendimiento en tres asignaturas claves para la formación del alumno: Lectura, Matemáticas y Ciencias.

El proyecto PISA no evalúa las capacidades, habilidades o destrezas como un conjunto de conocimientos del tipo “todo o nada”. Por el contrario, cada alumno recibió una puntuación en cada prueba en una escala continua. Además, dado que la escuela el hogar y el contexto socioeconómico son variables claves para comprender el mundo educativo, el Proyecto PISA recoge una extensa base de datos en torno a estas variables. Los alumnos que fueron evaluados, en España ascendieron a 6.214 alumnos de 15 años, agrupados fundamentalmente en dos niveles, 9º y 10º, (niveles que se corresponden con 3º y 4º de ESO). Además, estos alumnos completaron también cuestionarios acerca de su entorno socioeconómico y sus experiencias dentro y fuera del ámbito escolar. De igual manera, los directores del colegio rellenaron cuestionarios sobre las prácticas educativas que llevaban a cabo. Desafortunadamente, las autoridades educativas que representan a España en este tipo de estudios internacionales ocultaron en esta oleada la información referente a las Comunidades Autónomas si bien todas las Consejerías educativas participaron en el estudio.

En este trabajo sólo se utilizó, en aras de una homogeneidad adecuada, la información correspondiente a los resultados en las pruebas de matemáticas de 2.212 alumnos que estudiaban 4º de ESO (en el estudio se denomina 10º grado) en 169 escuelas, de las cuales 112 eran públicas (66,27% del total) y el resto, 57 eran concertadas (33,73%). En cuanto a las variables explicativas del resultado se optó por usar los índices derivados que sobre determinadas respuestas recoge el informe PISA [OCDE, 2001]. Las estadísticas descriptivas de las variables utilizadas se muestran en la Tabla 3.

Tabla 3: Estadísticos descriptivos de los datos utilizados a nivel de alumno.

	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típ.
<i>Inputs del alumno:</i>				
Educación del padre	1,00	4,00	2,87	0,82
Educación de la madre	1,00	4,00	2,76	0,78
Actividades culturales clásicas	1,00	5,00	2,51	1,16
Posesiones culturales en el hogar	1,00	4,00	3,05	0,99
<i>Inputs escolares:</i>				
Tiempo para hacer deberes	1,00	4,00	3,35	0,82
Ordenadores por 100 alumnos	0,9	31,0	6,44	4,21
Profesores por 100 alumnos	3,62	17,67	7,79	2,32
Educ. media madres compañeros	1,90	4,00	2,86	0,42
<i>Output:</i>				
Resultado en matemáticas	202,14	735,75	503,74	82,98
Total alumnos	2212			
Total Escuelas	169			

Las variables *input* mostradas en la Tabla 3 fueron derivadas por los analistas del proyecto PISA y agrupan las respuestas a distintas preguntas planteadas en el cuestionario de la evaluación¹¹. La educación de los padres fue obtenida a partir del *International Standard Classification of Education* (ISCED, OCDE, 1999). Tras un análisis previo, las categorías originales fueron redefinidas en cuatro posibilidades: no fue a la escuela, primaria completa, secundaria completa y posesión de estudios universitarios. La variable *actividades culturales* es un índice que fue derivado a partir de la frecuencia en la que los alumnos realizaron las siguientes actividades en el año anterior: visitar un museo o galería de arte, ir a la ópera, ballet o conciertos de música clásica y ver teatro. El índice relativo a las *posesiones culturales* se construyó a partir de las respuestas que el alumno dio sobre si poseía o no en casa los siguientes elementos: literatura clásica y libros de poesía. El tiempo que el alumno dedica a hacer deberes fue derivado a partir de la información que el alumno dijo dedicar a esta labor en las asignaturas de lengua, matemáticas y ciencias. En este trabajo asumiremos la hipótesis de que la escuela, a través del profesor, tiene poder de control tanto sobre la cantidad de deberes que manda al alumno como sobre la supervisión de su elaboración y su correcta ejecución. Los *inputs* propiamente escolares son el número de ordenadores en la escuela por cada cien alumnos y el número de profesores por cada cien alumnos. Estos *inputs* pretenden ser buenas aproximaciones de los niveles de capital físico y trabajo de los que está compuesta la escuela para desarrollar su actividad y que frecuentemente son usados en educación. Por otro lado, aprovechando la ventaja de utilizar datos a nivel de alumno, se introdujo en este análisis una variable relacionada con el *efecto compañeros*. Para ello se optó por calcular el nivel de estudios medios de las madres de los compañeros de cada alumno. De esta manera se pretende contrastar en qué medida el nivel de la clase ayuda, perjudica o es indiferente en el rendimiento del alumno. En cuanto al *output* PISA calificó a los alumnos con una puntuación en cada prueba

¹¹ No es el objetivo de este trabajo realizar una extensa descripción de las variables que recoge el proyecto PISA ni de cómo esta información fue agrupada. En este trabajo tan solo se presenta una breve descripción para una adecuada comprensión del análisis. No obstante, para el estudio de todas las variables, los métodos de muestreo empleados y toda la información de cómo fue desarrollado el proceso estadístico puede acudir a OCDE (2001, 2002).

basándose en el nivel de dificultad de las tareas que eran capaces de realizar. Sobre la base de estas puntuaciones se asignó cada estudiante a uno de tres niveles posibles en matemáticas, que tiene asociada una interpretación pedagógica ilustrativa de lo que el alumno es capaz de hacer.

En este trabajo hemos definido la pobreza educativa en matemáticas cuando un alumno alcanza menos de 491 puntos y por tanto pertenece al nivel mínimo de los tres niveles posibles definidos. Este nivel supone que los alumnos sólo son capaces de terminar un solo paso consistente en reproducir hechos o procesos matemáticos básicos o aplicar destrezas sencillas y en las que las fórmulas matemáticas están dadas o son muy evidentes.

3.2. Resultados

A continuación se exponen por separado los resultados obtenidos en términos de equidad (ya exista pobreza o riqueza) que se cuantifican en los índices de FGT, así como los resultados de eficiencia que posteriormente se agregan para calcular la eficiencia media. Por último se presentan los resultados del bienestar social agregado alcanzado en matemáticas. Para ello se tienen en cuenta tanto eficiencia como equidad y se suponen FBS alternativas (con el mismo parámetro k para todas las escuelas o con la misma elasticidad de sustitución eficiencia-equidad para todas las escuelas). Manejaremos dos escenarios alternativos, el escenario inicial contiene los datos de partida, pero realizaremos una simulación que implicaría que los alumnos se distribuyeran de forma que el efecto compañeros tomase para todas las escuelas el valor medio (esta política se detalla en el apartado 3.2.4.)

3.2.1. Resultados de pobreza y riqueza

En primer lugar mostramos en la Tabla 4 los resultados de pobreza y riqueza referidos al *pool* total de 2212 alumnos, sin separarlos por pertenencia a escuelas e independientemente de la titularidad (pública o privada concertada) de la escuela a la que asisten. Ello permite al lector forjarse una idea general de los valores de pobreza y riqueza.

Tabla 4. Índices de pobreza y riqueza considerando a todos los alumnos $z=491$. Entre paréntesis se muestra el valor del parámetro α .

Índice	Situación inicial	Simulación <i>peer</i> medio
FGT _{pobreza} (0)	0,42405063	0,4181736
FGT _{riqueza} (0)	0,57594937	0,5818264
FGT _{pobreza} (1)	0,05402955	0,05186638
FGT _{riqueza} (1)	0,07997124	0,07999632
FGT _{pobreza} (2)	0,01232692	0,01169606
FGT _{riqueza} (2)	0,0168975	0,01661674

Los resultados anteriores ponen de manifiesto que la situación inicial es peor comparada con el escenarios simulado. Cuando *alfa* es igual a cero, los índices de pobreza y riqueza son simplemente *headcount ratios*, lo que quiere decir que indican el porcentaje del total de alumnos que es pobre o rico. Como un alumno solamente puede presentar déficit o superávit, la suma de los índices de pobreza y riqueza debe ser la unidad,

aunque esto no así para valores superiores de *alfa*. En cualquier caso, para valores de *alfa* igual a 1 ó 2, es decir, teniendo en cuenta la intensidad de los fenómenos de riqueza y pobreza de resultados, ocurre que la situación de partida es peor que las simuladas, tanto porque la pobreza es mayor como porque la riqueza es menor. Pero utilizar valores superiores a uno del parámetro *alfa*, revela que la simulación en la que todos los alumnos cuentan con el *peer* medio apenas supone diferencias en términos de riqueza (incluso puede descender el nivel de la misma, como ocurre si *alfa* es iguala dos).

Con el fin de extraer peculiaridades de los resultados, mostramos en la Tabla 5.1 a 5.6 los resultados de los índices de pobreza y riqueza por escuelas (valores medios complementados con máximo mínimo y desviación típica), separando asimismo de las 169 escuelas por titularidad (57 privadas concertadas y 112 públicas). Los índices FGT se calculan para valores de $\alpha=0$, $\alpha=1$ y $\alpha=2$ ¹².

Tabla 5.1. Valores de los índices de pobreza educativa FGT(0) para el total de alumnos y separando por titularidad pública o privada concertada.

	Observaciones	Media	Desv. Estand.	Mínimo	Máximo
Colegios públicos concertados					
Inicial	57	0,389508	0,204176	0,0625	0,8421053
Peer medio 2.86	57	0,389097	0,1815489	0,0625	0,7647059
Colegios públicos					
Inicial	112	0,4526783	0,2134782	0	0,9090909
Peer medio 2.86	112	0,4368669	0,2124225	0	1

Tabla 5.2. Valores de los índices de riqueza educativa FGT(0) para el total de alumnos y separando por titularidad pública o privada concertada.

	Observaciones	Media	Desv. Estand.	Mínimo	Máximo
Colegios públicos concertados					
Inicial	57	0,610492	0,204176	0,1578947	0,9375
Peer medio 2.86	57	0,6109029	0,1815489	0,2352941	0,9375
Colegios públicos					
Inicial	112	0,573217	0,2134782	0,0909091	1
Peer medio 2.86	112	0,5631331	0,2124225	0	1

¹² Cuando $\alpha=0$, los datos de pobreza y riqueza, indican aquí para cada colegio, el porcentaje de alumnos pobres y alumnos ricos. Cada escuela puede ser pobre y rica a la vez (tener FGT de pobreza y riqueza positivos), al contrario de lo que ocurre con alumnos que o bien son pobres o bien son ricos, pero no ambas cosas. Calculado el porcentaje de pobres y ricos en cada escuela, se hace la media de las 169 separadas por titularidad, por ello aunque para cada escuela $FGT(0)(pobreza) + FGT(0)(riqueza)=1$, en conjunto NO es así (0,389508+0,4526783 no es 1). Comparando los valores que se obtuvieron agregando los resultados de los alumnos, por ejemplo la pobreza con $\alpha=0$ era 0,42405063, si hiciéramos la media ponderada de los resultados obtenidos por colegios públicos y concertados, no tendría porqué coincidir, ya que la agregación se efectúa de forma diferente: $(57/169)*0,389508+(112/169)*0,452783=0,43332104$

Tabla 5.3. Valores de los índices de pobreza educativa FGT(1) para el total de alumnos y separando por titularidad pública o privada concertada.

	Observaciones	Media	Desviación	Mínimo	Máximo
Colegios públicos concertados					
Inicial	57	0,0459442	0,039075	0,0000916	0,1901243
Peer medio 2.86	57	0,0449772	0,0355129	0,0030662	0,1651241
Colegios públicos					
Inicial	112	0,0582431	0,0446539	0	0,3289726
Peer medio 2.86	112	0,054521	0,0419406	0	0,3103392

Tabla 5.4. Valores de los índices de riqueza educativa FGT(1) para el total de alumnos y separando por titularidad pública o privada concertada.

	Observaciones	Media	Desviación	Mínimo	Máximo
Colegios públicos concertados					
Inicial	57	0,087547	0,0467284	0,0087941	0,2034623
Peer medio 2.86	57	0,0848982	0,0407649	0,0162432	0,1971219
Colegios públicos					
Inicial	112	0,0724216	0,0431719	0,0004399	0,1869151
Peer medio 2.86	112	0,075976	0,0409053	0	0,1900561

Tabla 5.5. Valores de los índices de pobreza educativa FGT(2) para el total de alumnos y separando por titularidad pública o privada concertada.

	Observaciones	Media	Desviación	Mínimo	Máximo
Colegios públicos concertados					
Inicial	57	0,0099826	0,012681	0	0,0635066
Peer medio 2.86	57	0,0095583	0,0113327	0,000047	0,0525349
Colegios públicos					
Inicial	112	0,013218	0,0162296	0	0,1306757
Peer medio 2.86	112	0,012274	0,0151139	0	0,117878

Tabla 5.6. Valores de los índices de riqueza educativa FGT(2) para el total de alumnos y separando por titularidad pública o privada concertada.

	Observaciones	Media	Desviación	Mínimo	Máximo
Colegios públicos concertados					
Inicial	57	0,01856	0,0129936	0,0006016	0,0559792
Peer medio 2.86	57	0,0174521	0,0115567	0,0010554	0,0546248
Colegios públicos					
Inicial	112	0,0148671	0,0118	0	0,0511203
Peer medio 2.86	112	0,0156649	0,010963	0	0,0524868

Para todos los *alfa* reportamos los valores incluyendo ceros, ya que solamente existe una coincidencia de los índices de pobreza o riqueza como cero en 4 casos para escuelas públicas o en dos para concertadas, y los resultados apenas se ven modificados.

Aunque el valor de los índices va bajando a medida que consideramos valores mayores de *alfa*, las conclusiones son las mismas independientemente del valor tomado por los parámetros:

- En cualquiera de los escenarios (inicial o simulado con el *peer group* medio), ocurre que las escuelas públicas ostentan niveles de pobreza superiores y de riqueza inferiores comparados con las escuelas privadas concertadas
- Además, los valores peores en términos de pobreza se dan entre las escuelas públicas, es decir, que la escuela más pobre es pública como muestra el valor máximo de la pobreza. Asimismo, el mejor resultado en cuanto a riqueza se encuentra entre las escuelas privadas concertadas (como muestra el hecho de que el máximo más grande se halla entre titularidad=2)

Analizando los resultados de la política que se han simulado y por comparación con los resultados iniciales, cabe destacar sería una acción recomendable tanto en términos de reducción de la pobreza como de incremento de la riqueza (esto último con cierto matiz). Así lo corrobora el hecho de que para cualquiera que sea el valor de *alfa*, el valor de la pobreza de los colegios se reduce ya sean públicos o concertados, mientras que el valor de la riqueza aumenta siempre en los colegios públicos y en los privados en términos de porcentaje (es decir, cuando *alfa*=0). Al medir la intensidad de la riqueza (para *alfa*=1 o *alfa*=2) esta conclusión se mantiene para los colegios públicos, si bien la riqueza media desciende ligerísimamente en colegios concertados cuando se adopta la política de igualación del *peer group* al valor medio. (Véase $0,0848982 < 0,087547$ cuando *alfa* toma valor uno o $0,0174521 < 0,01856$ si *alfa* vale dos). La conveniencia definitiva de la adopción de la política vendrá determinada por la consideración de los efectos conjuntos de la riqueza, la pobreza y la eficiencia, es decir, a través de la función abreviada de bienestar social.

3.2.2. La función de producción educativa: resultados de eficiencia.

Los resultados econométricos del modelo de frontera estocástica descrito en la ecuación 1 son los que recoge la Tabla 6.

Tabla 6. Estimación de la frontera de producción estocástica en matemáticas.

Variables y parámetros*		t-test	
Constante	β_{01}	0,1903	35,27
$\ln x_1$ (ord. x 100 alumnos)	β_{11}	0,0004	0,06
$\ln x_2$ (prof. x 100 alumnos)	β_{21}	0,0061	0,50
$\ln x_3$ (educación de la madre)	β_{31}	0,0627	4,73
$\ln x_4$ (educación del padre)	β_{41}	0,0203	1,60
$\ln x_5$ (actividades culturales)	β_{51}	0,0268	4,23
$\ln x_6$ (posesiones culturales)	β_{61}	0,0195	2,43
$\ln x_7$ (tareas en el hogar)	β_{71}	0,0249	2,32
$\ln x_8$ (efecto compañeros)	β_{81}	0,1337	5,39
Otros parámetros	γ	0,0651	22,86
	σ^2	0,8998	70,01
Eficiencia media		0,8353	

* El modelo es estimado en desviaciones respecto a la media.

La Tabla 6 muestra un número de resultados interesantes. En primer lugar la estimación realizada muestra los coeficientes con el signo esperado para todas las variables. Sin embargo cabe destacar que ninguna de las dos variables escolares relacionadas con los recursos físicos de la escuela (ordenadores y profesores) resultaron ser estadísticamente significativas. En segundo lugar los estudios de los padres muestran un signo estadísticamente significativo para el nivel de estudios de la madre mientras que los estudios del padre sólo parecen ser débilmente significativos. En tercer lugar las variables relacionadas con las posesiones en el hogar y las actividades fuera de la escuela resultan significativas. En cuarto lugar el efecto compañeros, medido a partir del resultado del nivel educativo medio de las madres de los compañeros de clase, es la variable que ostenta una elasticidad media más elevada respecto a los resultados de las dos pruebas. En quinto lugar podemos concluir que el sector opera bajo rendimientos decrecientes a escala, lo que supone que un aumento de todos los inputs en un determinado porcentaje se traduciría en un aumento de resultados en un porcentaje menor. Por último se puede señalar que la eficiencia media en matemáticas es relativamente baja lo cual era esperable dado el mediocre rendimiento medio en esta materia.

La importancia de estos resultados es destacable de cara a su uso posterior para la toma de decisiones de aumento de bienestar social. En función de la ponderación que la sociedad realice de los objetivos de eficiencia y equidad, sería posible cuantificar en qué medida aumentaría el bienestar al aumentar el nivel de eficiencia del sector o al mejorar los resultados como consecuencia de una política pública de gasto.

3.2.3. Resultados del bienestar educativo agregado

Teniendo en cuenta los cálculos realizados para medir la eficiencia y la equidad separadamente, se calcula el valor del bienestar social agregado para cada escuela como se explicó en la parte metodológica. Aunque hayamos optado por una función agregada de bienestar social, todavía debemos escoger el valor de los parámetros utilizados para la aplicación empírica, es decir, elegir los valores de k que se introducirán en la función. Tal y como se expuso en las Tablas 1., 2.A y 2.B, el valor de k otorga significado a la función de bienestar social y condiciona la interpretación de los resultados. Podemos optar por dos alternativas:

- 1) Escoger el mismo valor de k para todas las funciones de bienestar social de todas las escuelas.
- 2) Escoger la misma elasticidad de sustitución eficiencia-equidad para todas las escuelas.

La primera alternativa hará que la elasticidad sea diferente para cada escuela, mientras que la segunda, lo que hará variar será el parámetro k , y por tanto la forma funcional con la que se agrega el bienestar social será diferente. Como por el momento no consideramos que ninguna de las alternativas sea mejor que la otra, expondremos varios escenarios usando el supuesto 1) y 2).

No podemos escoger cualquier valor de k , ya que ello podría llevar a inconsistencias en la función de bienestar social utilizada, por ello se ha de escoger el menor valor aceptable para k (el menor de los máximos) teniendo en cuenta las 169 escuelas. Otra

alternativa sería escoger el k que se quiera obviando esta restricción y sacar del análisis los comportamientos incoherentes con la teoría, pero ello contradiría el principio de anonimato que pretendemos preservar. En la Tabla 7 se muestran los valores del bienestar social obtenido fijando el parámetro k y suponiendo el escenario de partida.

Tabla 7. Valores del bienestar educativo abreviado en matemáticas ante distintos valores del parámetro k . Escenario inicial.

	$k=22$	
	Bienestar	Elasticidad
Media	0,8767	0,2928
Varianza	0,0321	4,0435
Máximo	1,7551	24,6335
Mínimo	0,1505	0,0000
$k=11$		
Media	0,8564	0,0521
Varianza	0,0116	0,0107
Máximo	1,3392	0,9249
Mínimo	0,3871	0,0000
$k=7,6$		
Media	0,8501	0,0342
Varianza	0,0075	0,0035
Máximo	1,2118	0,5000
Mínimo	0,4595	0,0000
$k=0$		
Media	0,8360	0,0000
Varianza	0,0018	0,0000
Máximo	0,9233	0,0000
Mínimo	0,6237	0,0000

Comencemos con la situación de k nulo. En tal caso, el análisis del bienestar abreviado coincide con un análisis tradicional de eficiencia, ya que la equidad no es tenida en cuenta y el bienestar es igual a la eficiencia media. A medida que se consideran valores superiores del parámetro k el bienestar va creciendo, y ello es resultado de que el peso de la riqueza es mayor que el de la pobreza. Las elasticidades medias son relativamente bajas, debido a que la elección de k constante para todos los centros viene condicionada como expusimos anteriormente.

Para completar el análisis con elasticidades más elevadas incluso para la búsqueda de situaciones extremas, mostramos los resultados de la Tabla 8., en los que el intercambio eficiencia-equidad es el mismo para todos los centros evaluados. Cuando la elasticidad de sustitución es infinita, el bienestar viene exclusivamente condicionado por el nivel de pobreza o riqueza, lo que hace que todos los centros pobres¹³ presenten un nivel de bienestar nulo, y todos los ricos igual al producto de la eficiencia por el índice de riqueza y por k . Esta situación es exactamente inversa a la de elasticidad nula, donde el

¹³ Para ilustrar la importancia de la elección de los parámetros en el cálculo del bienestar se han tomado resultados medios de las escuelas, por ello se pueden clasificar centros como pobres o como ricos. Para mostrar el interés de la política simulada se aprovecha la variabilidad de los datos a nivel de alumno.

único determinante del bienestar es la eficiencia técnica lograda por la escuela (nótese la coincidencia de resultados para elasticidad y k nulos).

Tabla 8. Valores del bienestar educativo abreviado en matemáticas fijando la elasticidad.

	Bienestar	K
Elasticidad = ∞		
Media	1,0468	841,8
Varianza	0,7080	21907431,8
Máximo	1,8465	60240,4
Mínimo	0,0000	22,9
Elasticidad = 2		
Media	0,9766	561,2
Varianza	0,3259	9736831,1
Máximo	1,5388	40160,6
Mínimo	0,2079	15,3
Elasticidad = 1		
Media	0,9414	420,9
Varianza	0,1899	5476967,5
Máximo	1,3849	30120,5
Mínimo	0,3118	11,4
Elasticidad = 0		
Media	0,8360	0,0
Varianza	0,0018	0,0
Máximo	0,9233	0,0
Mínimo	0,6237	0,0

La Tabla 8 pone de manifiesto como a medida que se consideran elasticidades mayores (es decir, que se da mayor peso a la equidad) el nivel de bienestar crece, y ello corrobora las conclusiones obtenidas para el análisis anterior en que fijábamos k . La explicación es la misma: existe un mayor peso de los centros ricos que de los pobres, y tenerlo en cuenta tiene su reflejo en el nivel de bienestar.

No obstante, los valores medios aquí presentados pueden ocultar peculiaridades interesantes como el hecho de que la ordenación de centros por nivel de eficiencia no es en absoluto coincidente con la ordenación teniendo en cuenta el bienestar y se producen saltos en las posiciones ocupadas por los centros. La correlación entre los rankings de ineficiencia media de las escuelas y el ranking de los centros según el bienestar calculado asumiendo distintos valores para k y para la elasticidad, así como una medida de los saltos que se producen en el bienestar se muestra en la Tabla 9.

Tabla 9: Coeficiente de correlación Tau_b de Kendall entre los rankings de bienestar y el nivel de ineficiencia media bajo distintas hipótesis.

Estadístico	Eficiencia Matemáticas				
	$k = 22$	$k = 11,45$	$k = 7,63$	Elast. = 0	Elast. = 1
Tau_b de Kendall*	0,7309	0,7821	0,8163	1	0,9219
Salto Máximo hacia atrás**	123	123	123	0	50
Salto Máximo hacia adelante***	78	68	59	0	52
Número de Saltos ****	159	161	154	0	102

* Todos los coeficientes de correlación calculados son estadísticamente significativos al 99%.

** Número máximo de posiciones que un centro pierde en el ranking de bienestar respecto a la ordenación por eficiencia media.

*** Número máximo de posiciones que un centro gana en el ranking de bienestar respecto a la ordenación por eficiencia media.

**** Número de escuelas que cambian de posición en el ranking de bienestar respecto a la ordenación por eficiencia media.

Tal y como se observa en la Tabla 9 todas las medidas de bienestar están correlacionadas significativamente. Como ya se ha comentado, cuando la elasticidad de sustitución entre eficiencia y equidad es igual a cero sólo se valora la eficiencia técnica por lo que el ranking de bienestar coincide exactamente con el de eficiencia (el coeficiente de correlación es igual a uno). En cuanto a los valores de k es interesante observar como a medida que k aumenta (valoramos más los objetivos de equidad que los de eficiencia) la correlación entre el bienestar y la ineficiencia media disminuye. A pesar de que las correlaciones son significativas el hecho de variar el peso entre eficiencia y equidad puede suponer saltos dramáticos en el ranking de bienestar para un número de escuelas. Así, para el caso de matemáticas una escuela puede caer 123 posiciones en bienestar (sobre un total de 169) o subir hasta 78 si consideráramos un valor de $k = 22$. Este resultado indica que las políticas educativas se instrumentarán de forma distinta si se considera solamente eficiencia, solamente equidad o eficiencia y equidad simultáneamente.

3.2.4. Cambios en el bienestar ante variaciones en el efecto compañeros.

Dado que la capacidad de actuación de la Administración Educativa mediante políticas de gasto en más profesores u ordenadores es limitada, cabe plantearse cuáles serían las ganancias en bienestar que se obtendrían modificando la composición del alumnado en las escuelas. Una de las políticas más veces propuesta es que la distribución del nivel socioeconómico medio de la clase sea homogéneo en las escuelas financiadas con recursos públicos. Si el entorno que proporcionan los compañeros son un *input* que favorece el aprendizaje, en principio no existe una justificación para que determinados alumnos se beneficien en mayor medida que otros de mayor cantidad de este *input* educativo. Si bien es cierto que la redistribución de alumnos producirá pérdidas y ganancias de rendimiento dependiendo de la posición de cada alumno, no está claro cuál sería el resultado global.

A continuación examinaremos como variará el bienestar social si reasignáramos a los alumnos de tal forma que su dotación de variable compañeros fuera la misma para todos. La variación en el input provocará una variación en el resultado de cada alumno. Este cambio es calculado a partir de la elasticidad *output-input* para cada alumno a través de:

$$\frac{\partial y_i}{\partial x_{pi}} = \frac{\partial \ln y_i}{\partial \ln x_{pi}} \frac{y_i}{x_{pi}}$$

De esta manera se computa cuál sería el resultado del alumno una vez realizado el cambio. A continuación con los valores obtenidos en el *output* y en el *input* se calcula el nuevo nivel de eficiencia que alcanzaría cada alumno y se tiene en cuenta conjuntamente con los valores de la pobreza y riqueza del escenario simulado para calcular los nuevos niveles de bienestar.

Pasando a analizar la conveniencia de la política simulada, presentamos los resultados del bienestar agregado para todos los alumnos y separado por escuelas de forma comparativa. En la Tabla 10 se muestran los resultados para todos los alumnos, suponiendo que en el cálculo de los índices de pobreza y riqueza α toma valor unitario.

Tabla 10, Valores del bienestar considerando el pool de alumnos para diferentes escenarios ($\alpha=1$).

	Situación inicial	Peer medio 2.86
Bienestar	0,835	0,857
<i>k solo eficiencia</i>	0	0
Bienestar	1,253	1,285
<i>k elas=1</i>	19,2739962	17,7746597
Bienestar	1,671	1,714
<i>k solo equidad</i>	38,5479924	35,5493193

La Tabla anterior muestra tres escenarios bien diferentes en la consideración de la función de bienestar social para la situación de partida y la simulada. Cuando k toma valor nulo, no se otorga ningún peso a las cuestiones distributivas. Los valores de k han sido escogidos como aquéllos que delimitan el paso de mayor preocupación por la eficiencia (por ejemplo de 0 a 19,274 en el escenario inicial) hasta el valor máximo coherente con la función, que implicaría la máxima preocupación por las cuestiones distributivas ($k=38.55$ en el escenario inicial). Cuando k es nulo la eficiencia es lo único relevante y por ello el nivel de bienestar coincide con la eficiencia media adoptada en cada escenario. Nótese que en el escenario simulado en el que el *peer* es el valor medio para todos los alumnos, la eficiencia media es 0,875. Pasando a considerar niveles superiores de k , (o lo que es lo mismo, otorgando sucesivamente mayor peso a las cuestiones distributivas) el bienestar obtenido es mayor. Es importante recordar una vez más que la situación es la misma independientemente del k , lo que cambia es simplemente el peso otorgado a cuestiones de eficiencia y equidad. Como al otorgar mayor peso a las cuestiones distributivas el bienestar aumenta en cualquiera de los escenarios, se pone de manifiesto que la situación no es tan mala como revelaría un análisis que tuviese en cuenta simplemente la eficiencia, o visto de otra formas, los valores de riqueza y pobreza, al ser considerados junto con los niveles de eficiencia media mejoran el resultado global. La comparación del escenario simulado con la situación de partida tiene sentido si se mantiene un nivel de k constante, lo que se muestra en el cuadro siguiente. El problema de mantener un mismo k es que en unos escenarios puede implicar mayor preocupación por la equidad, y en otros, por la eficiencia. Por ejemplo, un valor de k igual a 18 implica mayor peso de la equidad que

por la eficiencia en el escenario simulado, pero mayor de la eficiencia en el inicial. Incluso hay niveles de k aceptables para algunos escenarios que no lo serían en otros por ser excesivamente elevados, por ejemplo, $k=36$ ya no es aceptable en el escenario simulado pero sí en el de partida.

Mostramos a continuación valores del bienestar para el total de alumnos manteniendo constante el valor de k en todos los escenarios y suponiendo un valor de $\alpha=1$.

Tabla 11. Bienestar global para $\alpha=1$ ante distintos valores de k .

	Inicial	Peer medio(2.86)
$K=2$	0,879	0,905
$K=4$	0,922	0,953
$K=6$	0,965	1.001
$K=10$	1.052	1.098

Los resultados de la Tabla 11 ponen de manifiesto que adoptar la política de igualación del *peer* a nivel medio sería conveniente en términos de bienestar, ya que los valores obtenidos son superiores a los iniciales independientemente del valor de k (es decir, del peso otorgado a la eficiencia y la equidad).

En cualquier caso, queda patente el hecho de que añadir a la medida del bienestar consideraciones de equidad en este caso mejora los resultados (ya que ello depende de la diferencia entre la riqueza y la pobreza, que era positivo en cualquiera de los casos y entra como una condición favorable en la medición del bienestar). En otros escenarios podría no haber ocurrido así, pero desde luego, lo que sí se ha logrado es sintetizar en una sola medida y de forma muy sencilla y simultánea consideraciones de eficiencia y distributivas.

Los resultados agregados ocultan las peculiaridades que se pueden observar por escuelas dependiendo además de la titularidad de las mismas. Por ello se muestran a continuación los resultados del escenario de partida y en el escenario simulado, separando por colegios. Primeramente tomamos una única función abreviada de bienestar social, idéntica para todas las escuelas. Ello implica que k es constante por escuelas, aunque se consideran distintos valores estratégicos de k que conllevan preocupación máxima por la eficiencia -en la Tabla 12-, preocupación máxima por la equidad -en la Tabla 13-, y elasticidad eficiencia-equidad unitaria -en la Tabla 14-. Además asumimos que $\alpha=1$ para tomar un valor que considere la intensidad del fenómeno de pobreza y riqueza.

Tabla 12. Caso en que solamente preocupa la eficiencia ($k=0$).

Bienestar		Media	Desviación típica	Mínimo	Máximo
Inicial	Concertadas 57 escuelas	0,8410644	0,0387549	0,7428042	0,903509
Simulado		0,8644934	0,0419846	0,7401949	0,9270423
Inicial	Públicas 112 escuelas	0,8334778	0,0440832	0,6236828	0,9232743
Simulado		0,8525929	0,047885	0,6210899	0,9360206

Estos resultados serían iguales a los niveles de eficiencia medios previamente calculados, ya que las cuestiones distributivas no son relevantes cuando $k=0$. Se puede comprobar cómo los resultados medios de las escuelas concertadas son mejores que los obtenidos en las escuelas públicas. Además, la eficiencia media se reduce sensiblemente en el escenario simulado al mismo tiempo que se incrementa la variabilidad entre escuelas independientemente de su titularidad.

Tabla 13. Caso en que solamente preocupa la equidad (k máximo).

Bienestar		Media	Desviación típica	Mínimo	Máximo
Inicial	Concertadas 57 escuelas	0,9619731	0,2459075	0,3088622	1,478224
Peer medio		0,99417	0,2465458	0,3734402	1,477707
Inicial	Públicas 112 escuelas	0,8813506	0,2466081	0	1,411673
Peer medio		0,9282818	0,2627927	0	1,525635

En este caso, como el k es el mismo para todas las escuelas, no se puede tomar el k máximo obtenido porque ello daría lugar a inconsistencias en el valor del bienestar (valores negativos). Si optamos por una misma función de bienestar para todas las escuelas, estamos condicionados a escoger el mínimo de entre los valores máximos. En tal caso, se observan de nuevo mejores resultados para las escuelas concertadas que para las públicas. Analizando la política simulada, se puede concluir que sería conveniente su adopción en términos de bienestar, ya que para todo tipo de escuelas el bienestar aumenta dando a todos el *peer group* medio. Además, se mantiene la posición relativamente mejor de las escuelas concertadas respecto de las públicas.

Tabla 14. Caso en que preocupan igual la equidad y la eficiencia (elasticidad unitaria).

Bienestar		Media	Desviación Típica	Mínimo	Máximo
Inicial	Concertadas 57 escuelas	0,9015187	0,1404884	0,5258332	1,188171
Peer medio		0,9293317	0,1438859	0,5568175	1,199039
Inicial	Públicas 112 escuelas	0,8574142	0,1435459	0,3118414	1,166901
Peer medio		0,8904374	0,1548948	0,310545	1,229468

En este escenario se observan de nuevo mejores resultados en los colegios concertados que en los públicos para cualquiera de los escenarios. Además, la situación simulada muestra mejores valores del bienestar social que la situación de partida

Si comparamos los valores del bienestar obtenidos teniendo en cuenta exclusivamente la eficiencia, añadiendo en la consideración la equidad con el mismo peso que la eficiencia, o en otro extremo, considerando exclusivamente la equidad, observamos que el bienestar crece a medida que se otorga mayor peso a la equidad. Ello constituye una importante conclusión de nuestro trabajo, ya que justifica la consideración de las funciones de bienestar que estamos proponiendo. Las consideraciones distributivas no pueden quedar al margen del diseño de políticas educativas, ni en general al hablar de otras políticas de gasto.

El hecho de tomar un k idéntico para todas las escuelas simplifica el trabajo puesto que solamente es preciso calcular una función de bienestar social, pero ello implica que la elasticidad implícita en cada escuela es diferente. Además, la variabilidad de los k es bastante elevada como muestra la Tabla 15, y puede resultar conveniente variar la función de bienestar social para cada escuela a pesar de la complicación.

Tabla 15. Cuadro de variabilidad de los k que justifica uso de FBS diferenciadas para las 169 escuelas.

Parámetro k		Media	Desviación típica	Mínimo	Máximo
Inicial	Valor máximo (solo equidad)	61,14009	259,4162	3,221714	3162,373
Peer medio		103,3364	634,8743	3,478935	7791,755
Inicial	Valor de elasticidad unitaria	30,57005	129,7081	1,610857	1581,186
Peer medio		51,66822	317,4371	1,739467	3895,878

Las dos últimas Tablas muestran los resultados obtenidos cuando se opta por la utilización de una función de bienestar diferente para cada escuela, en la Tabla 16 se supone que existe una preocupación extrema por las cuestiones distributivas mientras que en la Tabla 17 la preocupación por eficiencia y equidad es la misma (elasticidad unitaria). El caso en que solamente preocupa la eficiencia no se muestra, ya que es idéntico al que se presentó en la Tabla 12.

Tabla 16. Únicamente preocupa la equidad (k variable por escuelas).

Bienestar		Media	Desviación típica	Mínimo	Máximo
Inicial	Concertadas 57 escuelas	1,201406	0,7914432	0	1,807018
Peer medio		1,362118	0,748101	0	1,854085
Inicial	Públicas 112 escuelas	0,9681869	0,8585655	0	1,846549
Peer medio		1,084941	0,8614084	0	1,872041

Tabla 17. Idéntico peso de eficiencia y equidad (k variable por escuelas)

Bienestar		Media	Desviación típica	Mínimo	Máximo
Inicial	Concertadas 57 escuelas	0,9015187	0,1404884	0,5258332	1,188171
Peer medio		0,9293317	0,1438859	0,5568175	1,199039
Inicial	Públicas 112 escuelas	0,8574142	0,1435459	0,3118414	1,166901
Peer medio		0,8904374	0,1548948	0,310545	1,229468

Los resultados obtenidos al calcular el bienestar con una función de bienestar social diferente para cada escuela permiten obtener las mismas conclusiones que al utilizar el mismo k (y FBS) para todas las escuelas:

- Los resultados del bienestar son siempre superiores en los colegios concertados que en los públicos
- Cualquiera de las políticas simuladas permite mejorar con respecto a la situación de partida, más si el *peer group* se iguala a cuatro que si se iguala al valor medio
- Considerar equidad hace variar evidentemente los resultados obtenidos. Ante los mismos resultados, el valor calculado del bienestar es el más bajo si solamente

se introduce la eficiencia en el análisis y se obvian consideraciones distributivas. Cuando se tienen en cuenta equidad y eficiencia con el mismo peso, el bienestar es mayor, y es el mayor de todos si se otorga el máximo peso a las consideraciones distributivas.

Esta última conclusión pone de manifiesto que la caracterización del bienestar de las escuelas está infraestimada al no introducir en el análisis cuestiones distributivas, lo que nosotros hemos hecho a través de la medición de la pobreza. Nuestros resultados se refieren a un escenario muy particular, y la simulación se ha diseñado simplemente para mostrar la potencia de las funciones de bienestar social que proponemos a la hora de evaluar políticas de gasto. Las guías para la actuación pública no pueden dejar al margen el hecho de que eficiencia y equidad han de tenerse en cuenta de forma simultánea, y a pesar de la complicación de la consideración de este doble objetivo, presentamos una forma muy sencilla para hacerlo.

3.2.5. Titularidad escolar y bienestar: ¿existe relación?

Una vez analizado el bienestar educativo bajo distintos escenarios en los que eficiencia y equidad son ponderadas de forma distinta, es interesante preguntarse si el bienestar está asociado de forma significativa a la titularidad del colegio. En la actualidad existe un debate acerca de si el sector público debería de producir la educación de forma pública en su mayor parte o si dejar paso a un papel cada vez más protagonista de la producción privada, conservando el sector público el papel de proveedor de fondos a fin de garantizar la gratuidad de la enseñanza. A esta discusión siempre aparece asociada la conveniencia de introducir el denominado *cheque escolar* como mecanismo para introducir cierto grado de competencia por los fondos entre escuelas. Para contestar a esta pregunta se ha calculado la prueba no paramétrica U de Mann-Whitney que contrasta si el orden de las escuelas públicas y concertadas en el ranking de bienestar es o no es aleatorio ante distintos valores de la elasticidad de sustitución entre eficiencia y equidad. Los resultados de este cálculo son mostrados en la Tabla 18,

Tabla 18: Prueba de Mann-Whitney para contrastar diferencias entre los rankings de bienestar según titularidad de la escuela.

	Inicial			Peer Medio		
	$\varepsilon = 0$	$\varepsilon = 1$	$\varepsilon = \infty$	$\varepsilon = 0$	$\varepsilon = 1$	$\varepsilon = \infty$
Rango promedio (públicos)	82,13	82,63	87,88	89,29	89,78	89,91
Rango promedio (concertados)	90,65	89,67	79,35	76,56	75,61	75,35
U de Mann-Whitney	2870	2926	2870	2711	2657	2642
W de Wilcoxon	9198	9254	4523	4365	4310	4295
P -Valor	0,284	0,376	0,284	0,110	0,075*	0,067*

* La diferencia es estadísticamente significativa al 90%

La Tabla 18 muestra distintos resultados de los que podemos extraer valiosas conclusiones. Para el caso inicial no se puede rechazar la hipótesis de que las escuelas públicas y concertadas ostenten en promedio el mismo bienestar incluso ante distintas ponderaciones de la eficiencia y la equidad. Esta igualdad de resultados sugiere que en la práctica existen escuelas mejores y peores (según la medida de bienestar definida en este trabajo) pero este hecho no estaría relacionado con su titularidad. En este caso los factores de organización interna; como los incentivos al profesorado y personal de dirección, implicación de la familia en el proceso escolar, métodos docentes, etc.

deberían ser examinados tanto en las escuelas con resultados elevados, a fin de aprender de sus métodos y clima escolar, como de las peores, con el objetivo de proceder a su corrección. De este resultado se desprende que la articulación de un sistema de incentivos al profesorado ligado al bienestar de sus alumnos, y en definitiva de la sociedad, parece una política de gasto educativo mucho más justificada que seguir destinando recursos a reducir el número de alumnos por clase o a aumentar el número de ordenadores.

Sin embargo, otra de las políticas públicas posibles es la redistribución de los recursos con los que cuentan las escuelas. Así, una vez simulada la reasignación de los alumnos en grupos socioeconómicos homogéneos podemos comprobar como a medida que ponderamos en mayor medida la eficiencia, las escuelas privadas concertadas tienden a presentar un mejor nivel de bienestar que las públicas.

4. Conclusiones

Hasta la fecha, la teoría de las funciones abreviadas de bienestar social ha sido aplicada intensivamente en la teoría del ingreso público pero no para cuantificar el bienestar derivado de las distintas políticas de gasto público. Además, los indicadores de pobreza y desigualdad de resultados nada nos dicen acerca del grado de eficiencia con el que se están produciendo los *outputs* de cada individuo. Por otro lado, los análisis de eficiencia en diversos ámbitos del gasto público no recogen la pobreza relativa de determinadas unidades productivas respecto a otras independientemente de su nivel de eficiencia relativa. Es por ello que tanto los resultados de medición de la pobreza como de eficiencia tan solo ofrecen resultados parciales de un proceso multidimensional como es la producción y asignación de los bienes y servicios públicos. En este trabajo se ha presentado una metodología original para evaluar el bienestar que los ciudadanos alcanzan del gasto público agregando un índice de ineficiencia y un indicador de pobreza. Así, una sociedad podría revelar que alcanza mayor utilidad si existieran más (menos) unidades productivas por encima (por debajo) de un mínimo decente de resultados aunque (si) ello suponga (supone) disminuir (aumentar) el nivel de eficiencia del sector. Este indicador valora además la distinta riqueza de dos sociedades considerando que a igualdad en el nivel de pobreza una sociedad tendrá mayor bienestar cuando sus individuos son más ricos.

Desde nuestro punto de vista esta herramienta es sumamente útil para evaluar políticas de gasto público, asignar nuevos recursos y reasignar los existentes, así como para introducir políticas de gestión e incentivos en la producción de bienes y servicios públicos. Las bondades de esta técnica, de aplicación en cualquier bien o servicio de producción pública, han sido ilustradas en el sector de la educación no universitaria. Los resultados obtenidos muestran como inversiones adicionales en reducir el número de alumnos por clase o en aumentar el número de ordenadores en la escuela tan sólo conseguirían reducir el bienestar social educativo ya que estas políticas empeorarían el nivel de eficiencia sin aumentar los resultados. La dedicación de estos recursos a incentivar al profesorado o a promover la integración de los alumnos de familias con un nivel socioeconómico bajo en escuelas con un nivel más elevado serían mecanismos mucho más adecuados para aumentar los resultados, la eficiencia y por tanto el bienestar social.

Referencias

- Aigner, D. J. Lovell, C. A. K. and Schmidt, P. (1977) Formulation and estimation of stochastic production function models, *Journal of Econometrics*, 6, 21-37.
- Battese, G. E. and Corra, G. S. (1977). Estimation of a production frontier model: With application to the pastoral zone of Eastern Australia, *Australian Journal of Agricultural Economics*, 21, 169-179.
- Battese, G. E. and Coelli, T. J. (1992). Frontier production functions, technical efficiency and panel data: with application to paddy farmers in India, *Journal of Productivity Analysis*, 3, 153-169.
- Battese, G. E. and Coelli, T. J. (1995). A model for technical inefficiency effects in a stochastic frontier production function for panel data, *Empirical Economics*, 20, 325-332.
- Coelli, T. and Perelman, S. (1999). A comparison of parametric and non-parametric distance functions: with application to European railways. *European Journal of Operational Research*, 117, 326-339.
- Hanushek, E. A. (1979). Conceptual and Empirical issues in the estimation of educational production functions. *Journal of Human Resources*, 14, 351-388.
- Lambert, P. J. (1996). La distribución y la redistribución de la renta. Instituto de Estudios Fiscales.
- Levin, H. M. (1974). Measuring efficiency in educational production. *Public Finance Quarterly*. 2. 3-24.
- OCDE (1999). Classifying educational programmes: Manual for ISCED-97 implementation in OECD countries. Organisation for Economic Co-operation and Development. Paris.
- OCDE (2001). Manual for the PISA 2000 Database. Organisation for Economic Co-operation and Development. Paris.
- OCDE (2002). PISA 2000 Technical Report. Organisation for Economic Co-operation and Development. Paris.
- Pedraja, F., Salinas, J. y Suarez, J. (2001). La medición de la eficiencia en el sector público. En Alvarez, A. (Coord.): La Medición de la Eficiencia y la Productividad. Ed. Pirámide.
- Rivkin, S. G., Hanushek, E. A. y Kain, J. F. (2005). Teachers, schools and academic achievement, *Econometrica*, 73 (2), 417-458.
- VV. AA. (2003). Sector Público y Eficiencia. *Papeles de Economía Española*, 96.